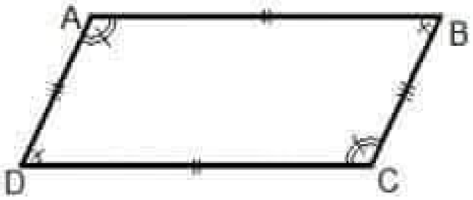
رسة الإعدادية حي الزياتين بحفوز	ملخص درس: رباعيات الأضلاع	الأستاذ: رياض زعيري
فيفري 2020		المستوى: 8أساسي+9أساسي

I) متوازي الأضلاع

1) تعريف متوازي الأضلاع :



- متوازي الأضلاع هو رباعي محدب أضلاعه المتقابلة متوازية.

ABCD متوازي الأضلاع يعني $\left.\begin{array}{l}(AB) \parallel (CD) \\ (AD) \parallel (BC)\end{array}\right\}$

2) الخاصيات المباشرة لمتوازي الأضلاع :

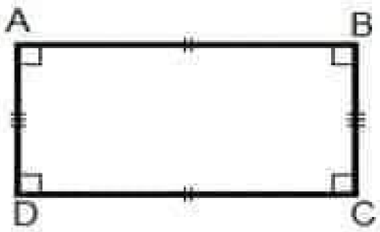
- إذا كان ABCD متوازي الأضلاع فإن:
  - القطران يتقاطعان في المنتصف
  - كل ضلعين متقابلين متوازيين أي $\left.\begin{array}{l}(AB) \parallel (CD) \\ (AD) \parallel (BC)\end{array}\right\}$
  - كل ضلعين متقابلين متقايسين أي $\left.\begin{array}{l}AB = CD \\ AD = BC\end{array}\right\}$
  - كل زاويتين متقابلتين متقايستين أي $\left.\begin{array}{l}\widehat{BAD} = \widehat{BCD} \\ \widehat{ABC} = \widehat{ADC}\end{array}\right\}$
  - كل زاويتين متتاليتين متكاملتين أي

$$\widehat{ABC} + \widehat{BCD} = \widehat{BCD} + \widehat{CDA} = \widehat{CDA} + \widehat{DAB} = \widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 180°$$

3) كيف نثبت أن رباعي هو متوازي الأضلاع :

- لدينا خمسة طرق لنثبت أنّ رباعي هو متوازي الأضلاع وهي:
  - كل ضلعين متقابلين متوازيين
  - كل ضلعين متقابلين متقايسين
  - إثنان فقط من أضلاعه متوازيين ومتقايسين في آن واحد
  - القطران يتقاطعان في المنتصف
  - كل زاويتين متقابلتين متقايستين

II) المستطيل :



1) تعريف المستطيل :

- المستطيل هو رباعي أضلاع له ثلاث زوايا قائمة

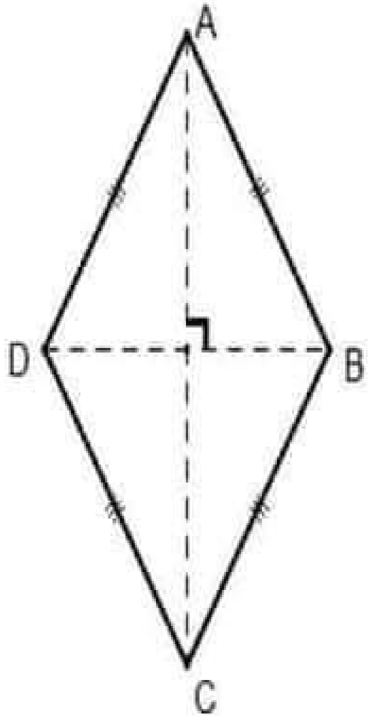
2) الخاصيّات المباشرة للمستطيل :

- إذا كان ABCD مستطيلا فإنه لدينا :
  - جميع خاصيّات متوازي الأضلاع
  - الزوايا الأربعة قائمة
  - القطران متقايسان

3) كـيف نثبت أن رباعي هــو مستــطــيــل :

- لدينا ثــلاث طــرق لنثبت أنّ رباعي هو مـــستطيل وهي:
  - لـــه ثلاث زوايا قائمة
  - متوازي الأضلاع + لـــه زاويـــة قائمة
  - متوازي الأضلاع + قطراه متقايسان

III) المــعــيّن :



1) تعريف المــعيّن :

المعيّن هو رباعي أضلاع أضلاعه الأربعة متقايسة

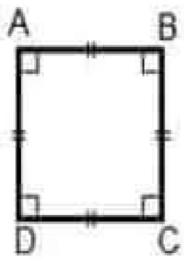
2) الخاصيّات المباشرة للمــعيّن :

- إذا كان ABCD معيّنا فإنّه لدينا :
  - جميع خاصيّات متوازي الأضلاع
  - القطران متعامدان
  - الأضلاع الأربعة متقايســة

3) كـيف نثبت أن رباعي هــو مــعــيّــن :

- لدينا ثــلاث طــرق لنثبت أنّ رباعي هو مــعــيّــن وهي:
  - الأضلاع الأربعة متقايســة
  - متوازي الأضلاع + لـــه ضلعان متتاليان متقايسان
  - متوازي الأضلاع + قطراه متعامدان

IV) المــربّــع:



1) تعريف المــربّــع :

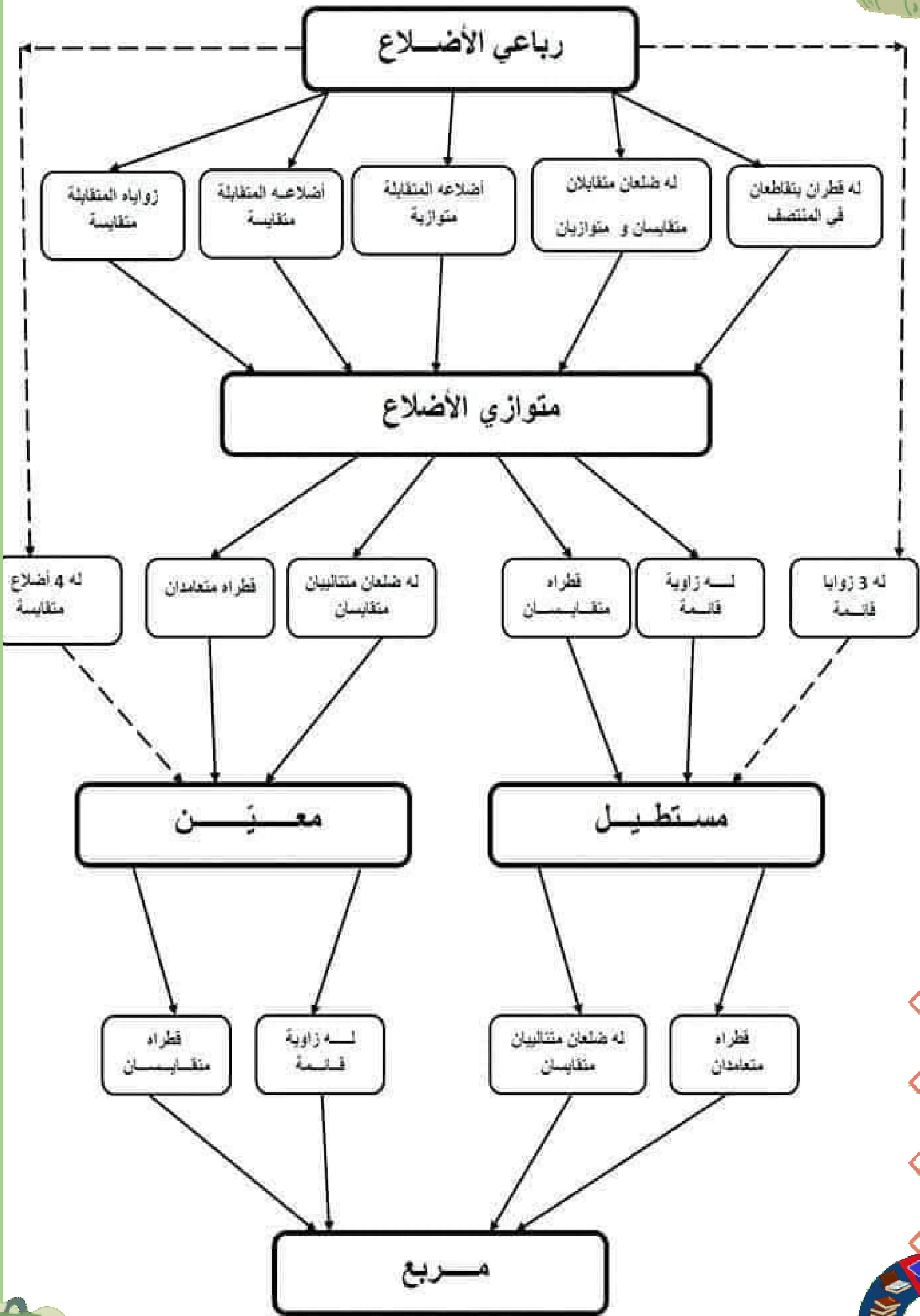
المربع هو رباعي أضلاع أضلاعه الأربعة متقايسة و زواياه الأربعة قائمة

2) الخاصيّات المباشرة للمــربّــع :

- إذا كان ABCD مــربّــعا فإنّه لدينا :
  - جميع خاصيّات المستطيل و المــعــيّن

3) كـيف نثبت أن رباعي هــو مــربّــع :

- لدينا أربعة طــرق لنثبت أنّ رباعي هو مــربّــع وهي:
  - مستطيل + قطراه متعامدان
  - مستطيل + لـــه ضلعان متتاليان متقايسان
  - مــعيّن + قطراه متقايسان
  - مــعيّن + لـــه زاوية قائمة


رباعي الأضلاع
له قطران يتقاطعان في المنتصف
له ضلعان متقابلان متقايسان و متوازيان
أضلاعه المتقابلة متوازية
أضلاعه المتقابلة متقايسة
زواياه المتقابلة متقايسة
متوازي الأضلاع
له 3 زوايا قائمة
له زاوية قائمة
قطراه متقايسان
له ضلعان متتاليان متقايسان
قطراه متعامدان
له 4 أضلاع متقايسة
مستطيل
معيّن
قطراه متعامدان
له ضلعان متتاليان متقايسان
له زاوية قائمة
قطراه متقايسان
مربع

I. متوازي الأضلاع :

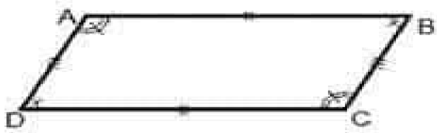
تعريف: (متوازي الأضلاع) :

متوازي الأضلاع هو رباعي يتوازى فيه كل ضلعين متقابلين

ABCD متوازي الأضلاع يعني $\left.\begin{matrix}(AB)//(CD)\\(AD)//(BC)\end{matrix}\right\}$

تذكير (الخاصيات المباشرة لمتوازي الأضلاع)

إذا كان ABCD متوازي الأضلاع فان:



- كل ضلعين متقابلين متوازيين أي $\left.\begin{matrix}(AB)//(CD)\\(AD)//(BC)\end{matrix}\right\}$
- كل ضلعين متقابلين متقايسين أي $\left.\begin{matrix}AB=CD\\AD=BC\end{matrix}\right\}$
- القطران يتقاطعان في المنتصف
- كل زاويتين متقابلتين متقايستين أي $\left.\begin{matrix}\widehat{BAD}=\widehat{BCD}\\\widehat{ABC}=\widehat{ADC}\end{matrix}\right\}$
- كل زاويتين متتاليتين متكاملتين أي

$$\widehat{ABC}+\widehat{BCD}=\widehat{BCD}+\widehat{CDA}=\widehat{CDA}+\widehat{DAB}=\widehat{DAB}+\widehat{ABC}=180°$$

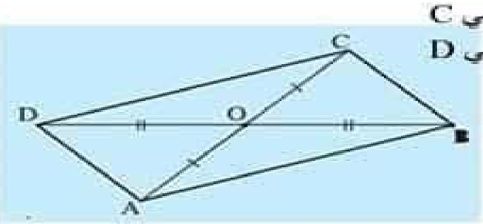
نشاط عدد 01 :

المعطى : ABCD رُباعي محدّب و قطراه يتقاطعان في منتصفه ما O

المطلوب : بيّن أنّ ABCD متوازي الأضلاع

الإصلاح

- بما أنّ O منتصف [AC] فإنّ مناظرة A بالنسبة إلى O هي C
- بما أنّ O منتصف [BD] فإنّ مناظرة B بالنسبة إلى O هي D



- بما أنّ مناظرتي A و B بالنسبة إلى O على التوالي هي C و D فإن مناظر المستقيم (AB) بالنسبة O هو المستقيم (CD) و نعلم أنّ مناظر مستقيم بالتناظر المركزي هو مستقيم مُواز له فإنّ : $\boxed{(AB)//(CD)}$ (1)
- بما أنّ مناظرتي A و D بالنسبة إلى O على التوالي هي C و B فإن مناظر المستقيم (AD) بالنسبة O هو المستقيم (CB) و نعلم أنّ مناظر مستقيم بالتناظر المركزي هو مستقيم مُواز له فإنّ : $\boxed{(AD)//(CB)}$ (2)
- من خلال العلاقتين (1) و (2) نلاحظ أن الرّباعي ABCD يتوازى فيه كل ضلعين متقابلين إذن فهو متوازي الأضلاع

:كلّ رباعي مُحدب قُـــطراه يتقاطعان في منتصفيهما هـــو مُـــتوازي الأضلاع

تطبيق 1 :

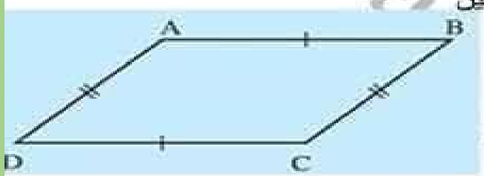
ليكن OEF مثلثا و النقاط H و G مناظرتي F و E على التوالي بالنسبة إلى O

بيّن أنّ الرباعي EFGH مُـــتوازي الأضلاع

إصلاح تطبيق 1:

- بما أنّ مناظرة E بالنسبة إلى O هي G فإنّ O منتصف [EG]
- بما أنّ مناظرة F بالنسبة إلى O هي H فإنّ O منتصف [FH]
- بما أنّ الرّباعي EFGH قطراه يتقاطعان في منتصفيهما O فإنه متوازي الأضلاع

نشاط عـــــدد02 :



يُمثل الرّسم المقابل رباعي مُحدّب يتقايس فيه كل ضلعين متقابلين

(أي AB=CD و AD=BC)

1) أ) بيّن أنّ المثلثين ABD و CDB متقايسان

ب) إستنتج أنّ : $\widehat{ABD}=\widehat{BDC}$ و أنّ $\widehat{ADB}=\widehat{DBC}$

2) بيّن أنّ الرّباعي ABCD مُتوازي الأضـــلاع

إصلاح نشاط عـــــدد02 :

1) أ) في المثلثين ABD و CDB لدينا :

AB=CD (معطى) و AD=BC (مُعطى) و BD=BD (ضلع مشترك)

إذن المثلثين ABD و CDB متقايسان حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات العامة

ب) بما أنّ المثلثين ABD و CDB متقايسان فإنّ أضلاعهما و زواياهما متقايسة مثنى مثنى و منه حسب العناصر النظيرة فإنّ : $\widehat{ABD}=\widehat{BDC}$ و $\widehat{ADB}=\widehat{DBC}$

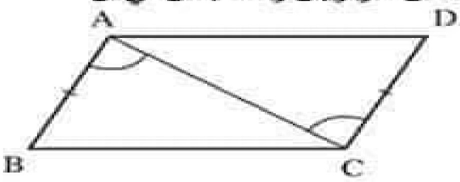
2)

- بما أنّ الزاويتين $\widehat{ABD}$ و $\widehat{BDC}$ متقايستان و متبادلتان داخليا بالنسبة للمستقيمين (AB) و (DC) مع القاطع (BD) فإنّ بالضرورة $\boxed{(AB)//(DC)}$ (1)
- بما أنّ الزاويتين $\widehat{ADB}$ و $\widehat{DBC}$ متقايستان و متبادلتان داخليا بالنسبة للمستقيمين (AD) و (BC) مع القاطع (BD) فإنّ بالضرورة $\boxed{(AD)//(BC)}$ (2)
- من خلال العلاقتين (1) و (2) نلاحظ أن الرباعي ABCD يتوازى فيه كل ضلعين متقابلين إذن فهو متوازي الأضلاع

: كلّ رباعي مُحدّب يتقايس فيه كل ضلعين متقابلين هـــو مُـــتوازي الأضلاع

نشاط عـــــدد ـــ03ـــ : (تطبيق)

لاحــظ الرّسم المُقابل حيث الرباعي المُحدّب ABCD له ضلعان متوازيان و متقايسان في آن واحد (أي $\boxed{(AB)//(DC)}$ و $\boxed{AB=CD}$)



بــيّن أنّ الرّباعي ABCD مُتوازي الأضلاع

إصلاح نشاط عـــــدد ـــ03ـــ

في المثلثين ABC و DCB لدينا :

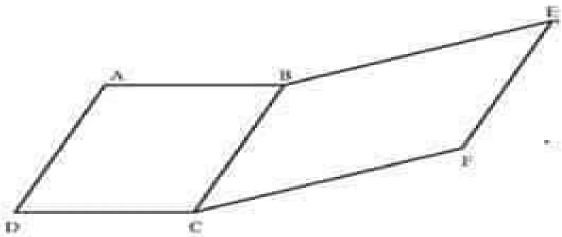
AB=CD (معطى)
AC=AC (ضلع مشترك)
$\widehat{BAC}=\widehat{ACD}$ (متبادلتان داخليا بالنسبة للمستقيمين المتوازيين (AB) و(DC))

إذن المثلثين ABC و DCB متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة و بالتالي فإنّ أضلاعهما متقايسة مثنى مثنى و منه حسب العناصر النظيرة فإنّ $\boxed{BC=AD}$ (1)

و لنا كـــمعطى : $\boxed{AB=CD}$ (2)

- من خلال العلاقتين (1) و (2) نلاحظ أن الرباعي ABCD يتقايس فيه كل ضلعين متقابلين إذن فهو متوازي الأضلاع

: كلّ رباعي مُحدّب له ضلعان متوازيان و متقايسان في آن واحد هـــو مُـــتوازي الأضلاع



تطبيق 2 : (تطبيق 3 ص 243) :

لاحظ الرسم المقابل حيث

ABCD و BEFC متوازيا الأضلاع

بيّن أنّ : $(AE)//(DF)$

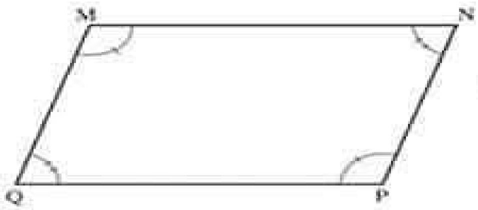
اصلاح تطبيق 2 (تطبيق 3 ص 243) :

- بما أنّ ABCD متوازي الأضلاع و نعلم أنّ في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متوازيان و متقايسان فإنّ $\boxed{(AD)//(BC)}$ (1) و $\boxed{AD=BC}$ (2)
- بما أنّ BEFC متوازي الأضلاع و نعلم أنّ في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متوازيان و متقايسان فإنّ $\boxed{(EF)//(BC)}$ (3) و $\boxed{EF=BC}$ (4)
- من خلال العلاقتين (1) و (3) لدينا (AD) و (EF) يوازيان نفس المستقيم (BC) فإنهما متوازيان أي : $\boxed{(AD)//(EF)}$ (5)
- من خلال العلاقتين (2) و (4) نستنتج أنّ : $\boxed{AD=EF}$ (6)
- من خلال العلاقتين (5) و (6) نلاحظ أنّ الرّباعي المحدّب AEFD لديه ضلعان متوازيان و متقايسان في نفس الوقت إذن فهو متوازي الأضلاع و نعلم أنّ في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متوازيان فإنّ : $\boxed{(AE)//(DF)}$

نشاط عـــدد 04 : (نشاط 4 ص 243)

لاحظ الرسم المقابل حيث MNPQ رباعي محدب

و $\widehat{M}=\widehat{P}$ ، $\widehat{N}=\widehat{Q}$



1.احسب $2\widehat{M}+2\widehat{Q}$ و $2\widehat{M}+2\widehat{N}$.

2.استنتج أنّ الزاويتين $\widehat{M}$ و $\widehat{Q}$ متكاملتان وكذلك هما الزاويتان $\widehat{M}$ و $\widehat{N}$

3.استنتج طبيعة الرباعي MNPQ .

اصلاح نشاط عـــدد 04 :

بما أنّ مجموع أقيسة زوايا الرّباعي المحدّب يساوي $360°$

فإنّ : $\widehat{M}+\widehat{N}+\widehat{P}+\widehat{Q}=360$ (*)

- بما أنّ $\widehat{M}=\widehat{P}$ و $\widehat{N}=\widehat{Q}$ فبتعويض $\widehat{N}$ بـ $\widehat{Q}$ و $\widehat{P}$ بـ $\widehat{M}$ العلاقة (*) تصبح :

$\widehat{M}+\widehat{Q}+\widehat{M}+\widehat{Q}=360$ يعني $2\widehat{M}+2\widehat{Q}=360$ يعني $2\left(\widehat{M}+\widehat{Q}\right)=360$

يعني $\widehat{M}+\widehat{Q}=180$ و منه الزاويتان $\widehat{M}$ و $\widehat{Q}$ متكاملتان

- بما أنّ $\widehat{M}=\widehat{P}$ و $\widehat{N}=\widehat{Q}$ فبتعويض $\widehat{Q}$ بـ $\widehat{N}$ و $\widehat{P}$ بـ $\widehat{M}$ العلاقة (*) تصبح :

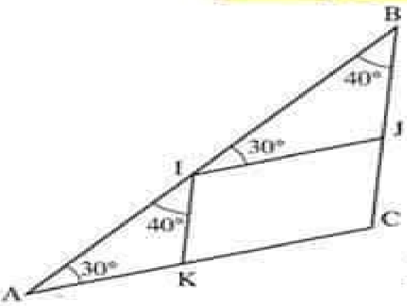
$\widehat{M}+\widehat{N}+\widehat{M}+\widehat{N}=360$ يعني $2\widehat{M}+2\widehat{N}=360$ يعني $2\left(\widehat{M}+\widehat{N}\right)=360$

يعني $\widehat{M}+\widehat{N}=180$ و منه الزاويتان $\widehat{M}$ و $\widehat{N}$ متكاملتان

- بما أنّ الزاويتين $\widehat{M}$ و $\widehat{Q}$ متكاملتان و داخليتان من نفس الجهة بالنسبة للقاطع (MQ) مع المستقيمين (MN) و (PQ) فإنّ بالضرورة $\boxed{(MN)//(PQ)}$ (1)
- بما أنّ الزاويتين $\widehat{M}$ و $\widehat{N}$ متكاملتان و داخليتان من نفس الجهة بالنسبة للقاطع (MN) مع المستقيمين (MQ) و (NP) فإنّ بالضرورة $\boxed{(MQ)//(NP)}$ (2)
- من خلال العلاقتين (1) و (2) نلاحظ أن الرباعي MNPQ يتوازى فيه كل ضلعين متقابلين إذن فهو متوازي الأضلاع

:كل رباعي مُحدّب تتقايس فيه كل زاويتين متقابلتين هــو مُـتوازي الأضلاع

تطبيق 3 (تطبيق 1 ص 244) :



أ) لاحظ الرسم المقابل ثم أحسب أقيسة زوايا الرباعي IJCK

ب) ما هي طبيعة الرّباعي IJCK ؟

الإصلاح:

$\widehat{KCJ}=\widehat{ACB}=180-(30+40)=180-70=110°$

$\widehat{KIJ}=180-(\widehat{AIK}+\widehat{BIJ})=180-(40+30)=110°$

$$\widehat{IJB}=180-(\widehat{BIJ}+\widehat{IBJ})=180-(30+40)=110^{\circ}$$

$$\widehat{IJC}=180-\widehat{IJB}=180-110=70^{\circ}$$

$$\widehat{IKC}=360-\left(\widehat{KCJ}+\widehat{IJC}+\widehat{KIJ}\right)=180-(110+70+110)=70^{\circ}$$

ب) نلاحظ أنّ : $\widehat{IJC}=\widehat{IKC}=70^{\circ}$ و $\widehat{KCJ}=\widehat{KIJ}=110^{\circ}$

- بما أنّ الرباعي IJCK تتقايس فيه كل زاويتين متقابلتين و نعلم أنّ كل رباعي تتقايس فيه كل زاويتين متقابلتين هو كتوازي الأضلاع فإنّ IJCK متوازي الأضلاع

II. المستطيل :

تعريف: (المستطيل) : المستطيل هــو رُباعي الأضلاع لهُ ثلاث زوايا قائمة

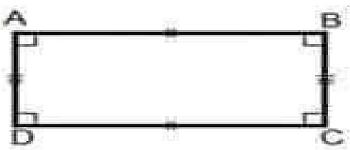
(أي كل رُباعي له ثلاث زوايا قائمة هو مستطيل)

ملاحظات : *)المستطيل هو متوازي الأضلاع *) المربع هــو مستطيل

*) المستطيل ليس بالضرورة مربع *)المستطيل هــو شبه منحــرف

تـذكيـر (الخاصيات المباشرة للــمستطيل)

- إذا كان ABCD مستطيلا فإنّه لدينا :



- الزوايا الأربعة قائمة
- كل ضلعين متقابلين متوازيـــيــــن أي $\left.\begin{array}{l}(AB)//(CD)\\(AD)//(BC)\end{array}\right\}$
- كل ضلعين متقابلين متقايسين أي $\left.\begin{array}{l}AB=CD\\AD=BC\end{array}\right\}$
- الموسطات العمودية للأضلاع تمثّل مـــحوري تناظـــر لـــه
- القطران يتقاطعان في المنتصف
- القطران متقايســـان

نشاط عـــ05ـــدد :

ليكن ABCD متوازي الأضلاع حيث إحدى زواياه قائمة (مثلا $\widehat{A}=90^{\circ}$)

أثبت أنّ الرباعي ABCD هــو مستطيل

إصلاح نشاط عـــدد 05 :

- بما أنّ ABCD مُتوازي الأضلاع و نعلم أنّ في متوازي الأضلاع كل زاويتين مُتقابلتين متقايستان فإنّ : $\widehat{A}=\widehat{C}=90°$
- بما أنّ ABCD مُتوازي الأضلاع و نعلم أنّ في مُتوازي الأضلاع كل زاويتين مُتتاليتين مُتكاملتان فإنّ : $\widehat{B}=180°-\widehat{A}=180-90=90°$ و منه $\widehat{B}=90°$
- بما أنّ الرّباعي ABCD له ثلاث زوايا قائمة ($\widehat{A}=\widehat{B}=\widehat{C}=90°$) فإنّه مُستطيل

عموما : كل مُتوازي الأضلاع له زاوية قائمة هو مستطيل

تطبيق 4 : ليكن MNQ مثلث قائم الزاوية في M و O منتصف [NQ]

و لتكن P مناظرة M بالنسبة إلى O . أثبت أنّ MNPQ مستطيل

إصلاح تطبيق 4 :

- لنا O منتصف [NQ] (مُعطى)
- بما أنّ P مناظرة M بالنسبة إلى O هي H فإنّ O منتصف [MP]

بما أنّ الرّباعي MNPQ قطراه يتقاطعان في منتصفيهما O فإنّه متوازي الأضلاع و بما أنّ له زاوية قائمة ($\widehat{M}=90°$) فإنّـــه مستطيل

نشاط عـــدد 06 :

ليكن ABCD متوازي الأضلاع حيث قطراه متقايسان (أي AC=BD)

1) أ) أثبت أنّ المثلثين ABC و DCB متقايسان ثمّ إستنتج أنّ : $\widehat{ABC}=\widehat{BCD}$

ب) أثبت إذن أنّ : $\widehat{ABC}=90°$

2) بـيّـن أنّ الرّباعي ABCD مستطيل

إصلاح نشاط عـــدد 06 :

1) في المثلثين ABC و DCB لدينا :

AC=BD (معطى)

BC=BC (ضلع مشترك)

DC=AB (ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع ABCD)

إذن المثلثين ABC و DCB متقايسان حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات العامة و بالتالي فإن زوايهما متقايسة مثنى مثنى ومنه حسب العناصر النظيرة فإن $\boxed{\widehat{ABC}=\widehat{BCD}}$

ب) بما أن ABCD متوازي الأضلاع و نعلم أن في متوازي الأضلاع كل زاويتين متتاليتين متكاملتان فإن : $\widehat{ABC}+\widehat{BCD}=180$ علما أن $\widehat{ABC}=\widehat{BCD}$ فإن $\widehat{ABC}+\widehat{ABC}=180$

أي $2\times\widehat{ABC}=180$ يعني $\widehat{ABC}=\frac{180}{2}$ يعني $\boxed{\widehat{ABC}=90°}$

2) بما أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و له زاوية قائمة ($\widehat{ABC}=90°$) فإنــــه مستطيل

عميم : كل متوازي الأضلاع قطـــراه متقايسان هو مستطيل

تطبيق 5 : ليكن OEF مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية O

و لتكن G مناظرة E بالنسبة إلى O و H مناظرة F بالنسبة إلى O

أثبت أن EFGH مـــستطيل

إصلاح تطبيق 5:

بما أن مناظرة E بالنسبة إلى O هي G فإن O منتصف [EG]

- بما أن مناظرة F بالنسبة إلى O هي H فإن O منتصف [FH]
- بما أن الرباعي EFGH قطراه يتقاطعان في منتصفيهما O فإنه متوازي الأضلاع
- بماأن OEF مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية O فإن OE=OF وبماأن G و h مناظرتي E و F على التوالي بالنسبة إلى O فإن FH=EG
- بما أن الرباعي EFGH متوازي الأضلاع وقطراه [FH] و [EG] متقايسان فإنــه مستطيل

الملخص : (الخاصيات العكسية للمستطيل) : كــيف نثبت أن رباعي هــو مستــطــيــل :

لدينا ثــلاث طــرق لنثبت أن رباعي هو مــــستطيل وهي:

- لــــه ثلاث زوايا قائمة
- متوازي الأضلاع + لـــه زاويـــة قائمة
- متوازي الأضلاع + قطراه متقايسان

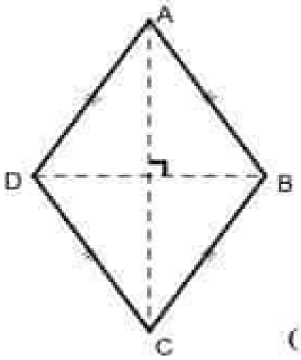
III. المـــعيّن

تعريف : (المــــعيّن) :

المعيّن هو رباعي أضلاع أضلاعه الأربعة متقايسة

ملاحظات : **المعين هـــو متوازي الأضلاع**

للمعيّن نفس خاصيّات متوازي الأضلاع



تذكيـــر (الخاصيّات المباشرة للــمـعــيّن)

إذا كان ABCD مـــعيّنا فإنه لدينا :
- أضلاعـــه الأربعة متقايسة
- كل ضلعين متقابلين متوازيـــيـــن
- القطران متعامدان
- القطران يتقاطعان في المنتصف
- المستقيمان الحاملان لقطراه يمثّلان مـــحوري تناظـــر لـــه
- الزوايا المتقابلة متقايسة
- كل زاويتين متتاليتين متكاملتان (أي مجموعهما يساوي $180°$)
- القطران محمولان بمنصّفات زواياه

ملاحظة : مساحة المعين تساوي نصف جداء قطراه

نشاط عـــدد 07 :

ليكن ABCD متوازي الأضلاع حيث له ضلعان متتاليان متقايسان (مثلا $AB = AD$)

أثبت أنّ الرباعي ABCD هـــو مُـــعيّن

إصلاح نشاط عـــدد 07 :

بما أنّ ABCD متوازي الأضلاع و نعلم أنّ في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متقايسان فإنّ $\boxed{AB = CD}$ (1) و $\boxed{AD = BC}$ (2)

و لنا كــمــعطى $\boxed{AB = AD}$ (3)

من خلال العلاقات (1) و (2) و (3) نستنتج أنّ $AB = AD = CD = BC$ أي أنّ الرّباعي ABCD أضلاعه الأربعة متقايسة و بالتّالي فهو معيّن

: كل متوازي الأضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان هـــو مُـــعيّن

تطبيق 6 : ليكن EFG مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسيّة E و O منتصف [FG]

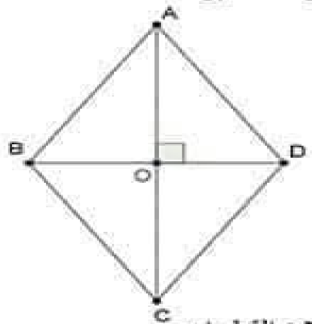
و لتكن K مناظرة E بالنسبة إلى O

أثبت أنّ EFKG معيّن

إصلاح تطبيق 6 :

لنا O منتصف [FG] (معطى) و O منتصف [KE] (K مناظرة E بالنسبة إلى O)

إي أنّ الرّباعي EFKG قطراه يتقاطعان في منتصفيهما O و بالتّالي فهو متوازي الأضلاع و بما أن له ضلعان متتاليان متقايسان EF=EG (لأنّ EFG مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسيّة) فإنّ الرّباعي EFKG معيّن



نشاط عـدد 08 :

تأمّل الرّسم المقابل حيث ABCD متوازي الأضلاع مركزه O

و قطراه متعامدان (أي $(AC)\perp(BD)$)

بيّن أنّ : ABCD معيّن

إصلاح نشاط عـدد 08 :

بما أنّ ABCD متوازي الأضلاع مركزه O و نعلم أنّ في متوازي الأضلاع القطران يتقاطعان في منتصفيهما فإنّ O منتصف [BD]

بما أنّ (AC) يُعامد القطعة [BD] في منتصفها O فإنّه يُمثّل موسطها العمودي

و بما أنّ A نقطة منه و نعلم أنّ كل نقطة من الموسط العمودي لقطعة مستقيم متساوية البعد عن طرفيها فإنّ $\boxed{AB=AD}$

بما أنّ ABCD متوازي الأضلاع و له ضلعان متتاليان متقايسان ($\boxed{AB=AD}$) فإنّه معيّن

نتيجة : كل متوازي الأضلاع قطراه متعامدان هو مُعيّن

تطبيق 7 : ليكن OAB مثلث قائم الزاوية في O

إبن C و D مناظرتي A و B على التوالي بالنسبة إلى O

بيّن أنّ ABCD معيّن

إصلاح تطبيق 7

بما أنّ C و D مناظرتي A و B على التوالي بالنسبة إلى O فإنّ [AC] و [BD] لهما نفس المنتصف O و هو ما يثبت أنّ الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أنّ قطراه متعامدان فهو إذن معيّــن

ملخّـص : (الخاصيّات العكسيّة للمـعيّن)

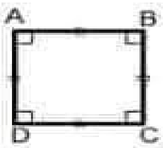
كـيف نثبت أن رباعي هــو مــعــيّــن :

- لدينا ثـلاث طـرق لنثبت أن رباعي هو مــعـيّـن وهي:
  - الأضلاع الأربعة متقايســة
  - متوازي الأضلاع + لـــه ضلعان متتاليان متقايسان
  - متوازي الأضلاع + قطراه متعامـدان

ملاحظات هامة : المعين هو متوازي الأضلاع

المستطيل هو متوازي الأضلاع

IV. المــربّــع :



تعريف: (المـــربع) :

المربّـع هو رباعي الأضلاع أضلاعه متقايسة و زواياه قائمة

ملاحظات هامة :

- المربع هــو متوازي الأضلاع
- المربع هــو مستطيل
- المربع هــو معيّن
- للمربّع نفس خاصيّات المستطيل و المعيّن

نشاط عــــ09ـــدد :

ليكن ABCD مستطيل حيث له ضلعان متتاليان متقايسان (مثلا AB=AD)
بيّن أنّ ABCD مربّع

إصلاح نشاط عـــــ09ــدد:

بما أنّ ABCD مستطيل فإنّ كل ضلعين متقابلين فيه متقايسان

و منه $\boxed{AB = CD}$ (1) و $\boxed{AD = BC}$ (2)

و لنا كمعطى $\boxed{AB = AD}$ (3)

من خلال العلاقات (1) و (2) و (3) نستنتج أنّ $\boxed{AB = AD = CD = BC}$

أي أنّ الرّباعي ABCD أضلاعه الأربعة متقايسة و بما أنه مستطيل فإنّ زواياه الأربعة قائمة

إذن الرباعي ABCD أضلاعه متقايسة و زواياه قائمة فهو إذن مربّع

: كل مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان هو مربّع

نشاط عدد 10 :

ليكن ABCD مستطيل حيث له قطراه متعامدان
بيّن أنّ ABCD مربّع

إصلاح نشاط عدد 10

بما أنّ ABCD مستطيل فإنّ زواياه الأربعة قائمة

بما أنّ ABCD مستطيل فإنّه متوازي الأضلاع و لنا قطراه متعامدان فهو إذن معيّن و بالتالي أضلاعه الأربعة متقايسة

إذن الرباعي ABCD أضلاعه متقايسة و زواياه قائمة فهو إذن مربّع

: كل مستطيل قطراه متعامدان هو مربّع

نشاط عدد 11 :

ليكن ABCD معيّن حيث إحدى زواياه قائمة
بيّن أنّ ABCD مربّع

إصلاح نشاط عدد 11 :

بما أنّ ABCD معيّن فإنّ أضلاعه الأربعة متقايسة

بما أنّ ABCD معيّن فإنّه متوازي الأضلاع و لنا إحدى زواياه قائمة فهو إذن مستطيل و بالتالي زواياه الأربعة قائمة

بما أنّ الرّباعي ABCD أضلاعه الأربعة متقايسة و زواياه الأربعة قائمة فإنّه مربّع

: كل معيّن له زاوية قائمة هو مربع

نشاط عدد 12 : ليكن ABCD معيّن حيث قطراه متقايسان
بيّن أنّ ABCD مربّع

إصلاح نشاط عدد 12 :

بما أنّ ABCD معيّن فإنّ أضلاعه الأربعة متقايسة

بما أنّ ABCD معيّن فإنّه متوازي الأضلاع و لنا قطراه متقايسان فهو إذن مستطيل و بالتّالي زواياه الأربعة قائمة

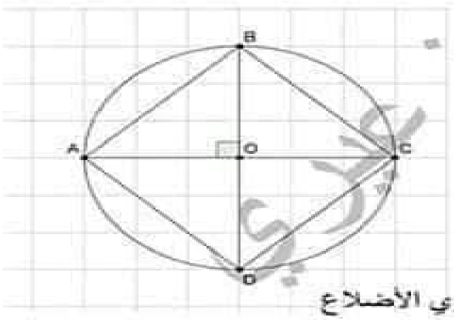
إذن الرباعي ABCD أضلاعه متقايسة و زواياه قائمة فهو إذن مربّع

: كل معيّن قطراه متقايسان هو مربّع

ملخّص : (الخاصيات العكسية للمربع) (كيف نثبت أن رباعي هو مربّع)

- لدينا أربعة طرق لنثبت أن رباعي هو مربع وهي:
  - مستطيل + قطراه متعامدان
  - مستطيل + له ضلعان متتاليان متقايسان
  - معيّن + قطراه متقايسان
  - معيّن + له زاوية قائمة

تطبيق 8 :



C دائرة مركزها O و قطراها [AC] و [BD] متعامدان
بيّن أنّ الرباعي ABCD مربّعا

إصلاح تطبيق 8:

ط 1 : بما أنّ ABCD قطراه يتقاطعان في المنتصف فهو متوازي الأضلاع

و بما أن قطراه متقايسان فهو إذن مستطيل و بما أنّ قطراه متعامدان فهو مربّع

ط2 : بما أنّ ABCD قطراه يتقاطعان في المنتصف فهو متوازي الأضلاع

و بماأن قطراه متعامدان فهو معيّن و بما أنّ قطراه متقايسان فهوإذن مربّع

تمارين تأليفية

❖ **تمرين عدد 01:**

ليكن ABCD متوازي الأضلاع و E مناظرة D بالنسبة إلى A و النقطة O منتصف [BC]

1) بيّن أنّ الرباعي AEBC متوازي الأضلاع
2) لتكن O منتصف [BC] و F مناظرة A بالنسبة إلى O
بيّن أنّ الرباعي ABFC متوازي الأضلاع
3) لتكن H المسقط العمودي لـ E على (AB) و I منتصف [BE] و M مناظرة H بالنسبة إلى I
بيّن أنّ الرباعي EHBM مستطيل
4) لتكن N منتصف [EH] و K مناظرة I بالنسبة إلى N
بيّن أنّ الرباعي EKHI معيّن

❖ **تمرين عدد 02:**

1) أرسم مثلثا ABD قائم في A و لتكن I منتصف [BD] والنقطة C مناظرة A بالنسبة الى I
2) بيّن أنّ الرباعي ABCD مستطيل
3) لتكن E مناظرة D بالنسبة الى A .
بيّن أنّ الرباعي AEBC متوازي الأضلاع
4) لتكن F مناظرة B بالنسبة الى A .
بيّن أنّ الرباعي BDFE معين
5) الدائرة التي مركزها A و قطرها [DE] تقطع [AB] في M و [AF] في N.
بيّن أنّ الرباعي MDNE مربّع

❖ **تمرين عدد 03:**

ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في B و I منتصف [AC]

1)
أ) إبن النقطة D بحيث تكون I منتصف [BD]
ب) بيّن أنّ الرباعي ABCD مستطيل

2)
أ) إبن النقطة E بحيث تكون النقطة B منتصف [AE]
ب) بيّن أنّ الرباعي EBDC متوازي الأضلاع
ج) بيّن أنّ المثلث ACE متقايس الضلعين

3) لتكن M منتصف [CE] . بيّن انّ الرباعي MBIC معيّن .