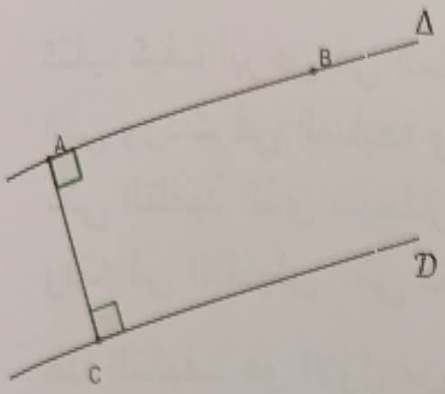
I. استخراج المعطيات :

1 . التّوازي



$\Delta // D$ إذن :

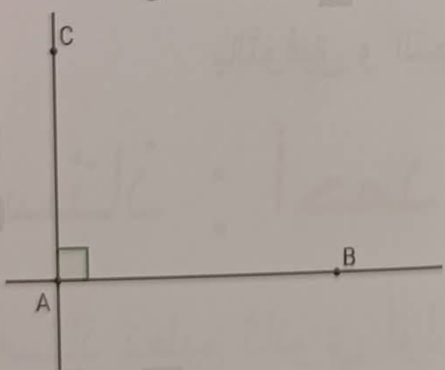
1) Δ و D لا يتقاطعان .

2) البُعد بين المستقيمين Δ و D هو البُعد بين أي نقطة من أحدهما و المستقيم الآخر .

2 . التّعامد

تعريف : مستقيمان متعامدان من المستوي هما مستقيمان متقاطعان و يكوّنان زاوية قائمة .

رمز التعامد	الكتابة الرّياضيّة	الكتابة الأدبيّة
$\perp$	$\Delta \perp \Delta'$	• Δ عمودي على Δ' • Δ يُعامد Δ' • Δ و Δ' مُتعامدان



$(AB) \perp (AC)$ إذن :

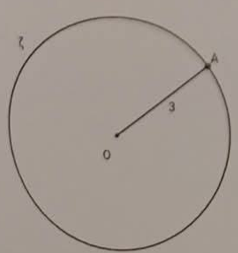
1) $\widehat{BAC} = 90°$.

2) المثلّث ABC قائم في A .

3) A المسقط العمودي لـ B على (AC) .

4) A المسقط العمودي لـ C على (AB) .

3 . الدّائرة



البُعد بين مركز دائرة و أي نقطة منها يساوي الشّعاع .

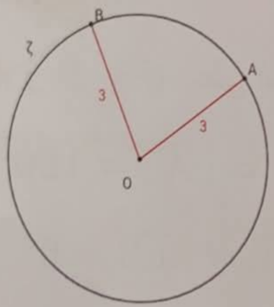
مثال 1 :

$\mathcal{C}$ دائرة مركزها O و $A \in \mathcal{C}$ ، إذن 1) $[OA]$: شعاع الدّائرة $\mathcal{C}$.

2) OA : قيس شعاع الدّائرة $\mathcal{C}$.

مثال 2 :

$\mathcal{C}$ دائرة مركزها O و شعاعها 3 و $A \in \mathcal{C}$ ، إذن $OA = 3$.



مثال 3 :

$\mathcal{C}$ دائرة مركزها O و $A \in \mathcal{C}$ و $B \in \mathcal{C}$ ، إذن $OA = OB$.

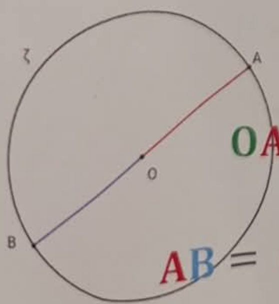
مثال 4 :

$\mathcal{C}$ دائرة مركزها O و شعاعها 3 و $A \in \mathcal{C}$ و $B \in \mathcal{C}$ ، إذن $OA = OB = 3$.

قطر الدّائرة هو ضعف الشّعاع .

مثال 1 :

$\mathcal{C}$ دائرة مركزها O و شعاعها $[OA]$ و $[AB]$ قطر الدّائرة $\mathcal{C}$ ، إذن :



1) $OA = \frac{AB}{2}$

2) $AB = OA \times 2$

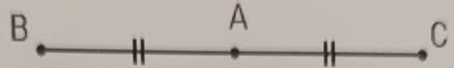
3) O منتصف $[AB]$

4) O و A و B على استقامة واحدة

مثال 2 :

$\begin{cases} \mathcal{C} \text{ دائرة مركزها } O \\ A \in \mathcal{C} \text{ و } B \in \mathcal{C} \\ O \text{ منتصف } [AB] \end{cases}$ إذن $[AB]$ قطر الدّائرة $\mathcal{C}$.

4 . المنتصف



A منتصف $[BC]$ إذن :

1) $AB = AC$.

2) A و B و C على استقامة واحدة .

3) $\widehat{CAB} = \widehat{BAC} = 180°$.

4) $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 0°$.

5) $AB = \frac{BC}{2}$ و $AC = \frac{BC}{2}$

6) $BC = AB \times 2$ و $BC = AC \times 2$.

7) النّقطة A تنتمي إلى الموسّط العمودي لـ $[BC]$.

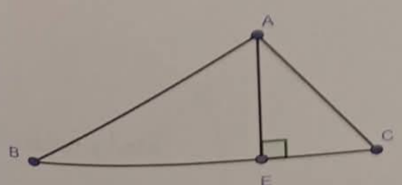
8) الموسّط العمودي لـ $[BC]$ يقطع $[BC]$ في النّقطة A

9) B و C متناظرتان بالنّسبة إلى A .

B مناظرة C بالنّسبة إلى A

C مناظرة B بالنّسبة إلى A

5 . الارتفاع في المثلث



في المثلّث ABC لدينا :

$[AE]$ الارتفاع الصّادر من A .

إذن :

1) $(AE) \perp (BC)$.

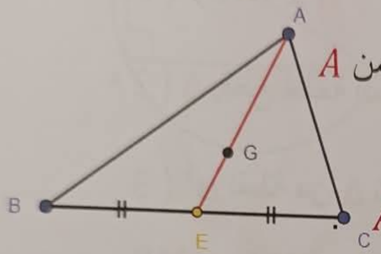
2) (AE) الحامل للارتفاع الصّادر من A .

3) E المسقط العمودي لـ A على (BC) .

4) $H \in (AE)$ (لأنّ H المركز القائم للمثلّث ABC)

6 . الموسّط

الحالة الأولى :



في المثلّث ABC لدينا : $[AE]$ الموسّط الصّادر من A

إذن : 1) E منتصف $[BC]$.

2) (AE) الحامل للموسّط الصّادر من A

3) $G \in [AE]$ (لأنّ G مركز ثقل المثلّث ABC) .

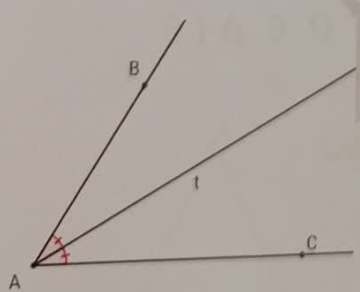
الحالة الثّانية :

في المثلّث ABC لدينا : (AE) الحامل للموسّط الصّادر من A .

إذن : 1) (AE) يقطع $[BC]$ في المنتصف .

2) $G \in (AE)$ (لأنّ G مركز ثقل المثلّث ABC) .

7 . منصّف الزاوية



[At) منصّف الزّاوية $\widehat{BAC}$ إذن :

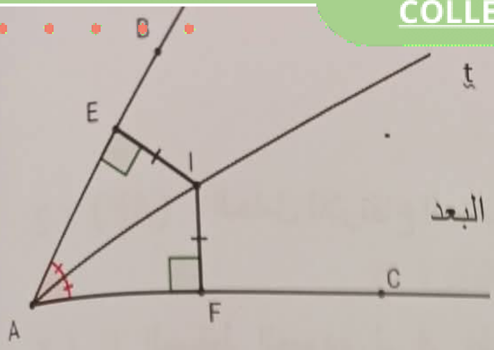
1) $\widehat{BAt} = \widehat{CAt}$.

2) $\widehat{BAt} + \widehat{CAt} = \widehat{BAC}$.

3) $\widehat{BAt} = \widehat{CAt} = \frac{\widehat{BAC}}{2}$.

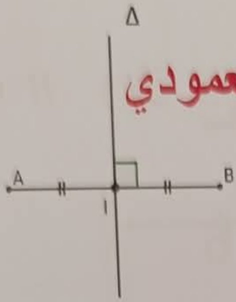
4) $\widehat{BAC} = \widehat{CAt} \times 2 = \widehat{BAt} \times 2$.

5) (At) الحامل لمنصّف الزّاوية $\widehat{BAC}$



6) كلّ نقطة من $[At)$ تبعد نفس البعد عن (AB) و (AC) .

8 . الموسّط العمودي



Δ الموسّط العمودي لـ $[AB]$ إذن :

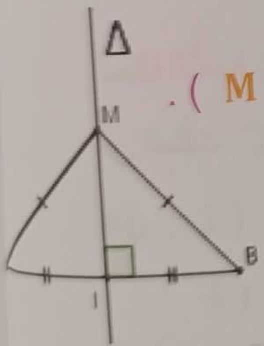
1) $\Delta \perp (AB)$

2) Δ يقطع قطعة المستقيم $[AB]$ في منتصفها .

3) أي نقطة من Δ تبعد نفس البُعد عن A و B ($M \in \Delta$ إذن $MA = MB$) .

4) أي نقطة تبعد نفس البُعد عن A و B

إذن فهي تنتمي إلى Δ ($MA = MB$ إذن $M \in \Delta$) .

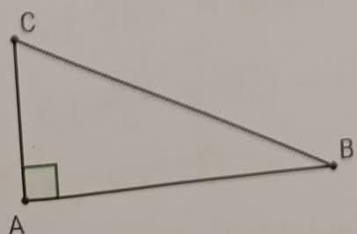


5)

- A و B متناظرتان بالنّسبة إلى Δ .
- A مناظرة B بالنّسبة إلى Δ
- B مناظرة A بالنّسبة إلى Δ

6) $O \in \Delta$ (بحيث O مركز الدّائرة المحيطة بالمثلّث ABC)

9 . المثلّث القائم



المثلّث ABC قائم في A إذن :

1) $(AB) \perp (AC)$

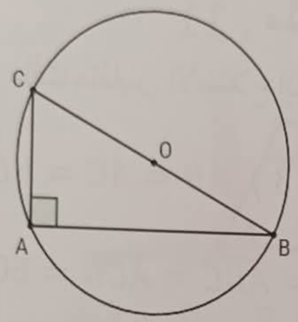
2) $\widehat{BAC} = 90°$.

3) الزّاويتان $\widehat{ABC}$ و $\widehat{BCA}$ متتامّتان

($\widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 90°$)

4) A المركز القائم للمثلّث ABC .

5) O مركز الدّائرة المحيطة بالمثلّث (حيث O منتصف الوتر $[BC]$) .

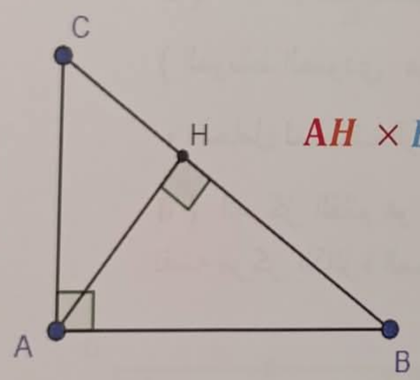


6) نظريّة بيتاغور

المثلّث ABC قائم في A ،

إذن حسب نظريّة بيتاغور :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



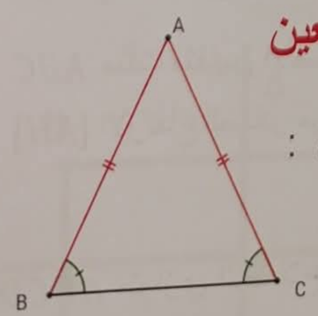
7) علاقة قياسيّة أولى :

$\begin{cases} ABC \text{ مثلّث قائم في } A \\ [AH] \text{ الارتفاع الصّادر من } A \end{cases}$ إذن $AH \times BC = AB \times AC$

8) علاقة قياسيّة ثانية :

$\begin{cases} ABC \text{ مثلّث قائم في } A \\ [AH] \text{ الارتفاع الصّادر من } A \end{cases}$ إذن $AH^2 = BH \times CH$

10 . مثلّث متقايس الضّلعين



المثلّث ABC متقايس الضّلعين و قمّته الرّئيسيّة A إذن :

1) $AB = AC$ (ضلعان متقايسان)

2) $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (زاويتان متقايستان)

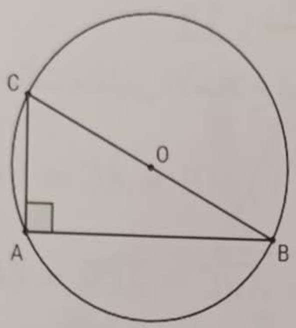
3) المستقيمات المعتبرة الصّادرة من القمّة الرّئيسيّة متطابقة .

3) الزّاويتان $\widehat{ABC}$ و $\widehat{BCA}$ متتامّتان

($\widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 90°$)

4) A المركز القائم للمثلّث ABC .

5) O مركز الدّائرة المحيطة بالمثلّث (حيث O منتصف الوتر $[BC]$) .



6) نظريّة بيتاغور

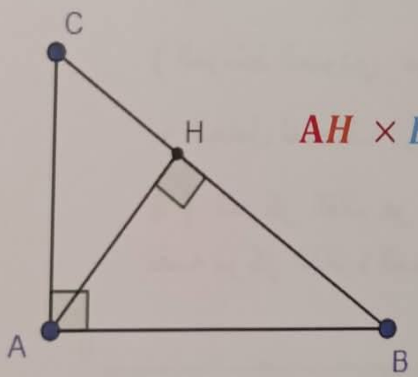
المثلّث ABC قائم في A ،

إذن حسب نظريّة بيتاغور :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

7) علاقة قياسيّة أولى :

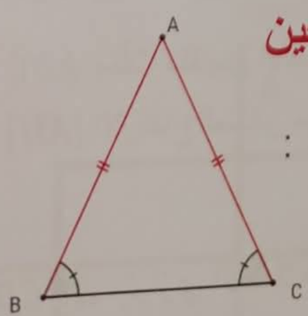
$\begin{cases} ABC \text{ مثلّث قائم في } A \\ [AH] \text{ الارتفاع الصّادر من } A \end{cases}$ إذن $AH \times BC = AB \times AC$



8) علاقة قياسيّة ثانية :

$\begin{cases} ABC \text{ مثلّث قائم في } A \\ [AH] \text{ الارتفاع الصّادر من } A \end{cases}$ إذن $AH^2 = BH \times CH$

10 . مثلّث متقايس الضّلعين

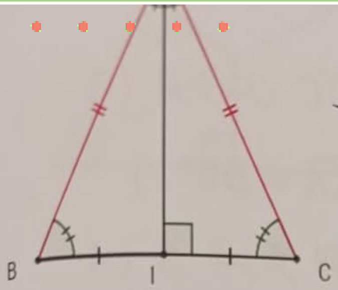


المثلّث ABC متقايس الضّلعين و قمّته الرّئيسيّة A إذن :

1) $AB = AC$ (ضلعان متقايسان)

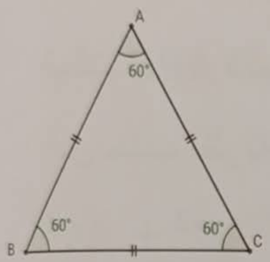
2) $\widehat{ABC} \doteq \widehat{ACB}$ (زاويتان متقايستان)

3) المستقيمات المعتبرة الصّادرة من القمّة الرّئيسيّة متطابقة .



(الموسّط العمودي لـ $[BC]$ هو نفسه الحامل للموسّط الصّادر من A و الحامل للارتفاع الصّادر من A و الحامل لمنصّف الزّاوية $\hat{A}$) .

11 . مثلّث متقايس الأضلاع

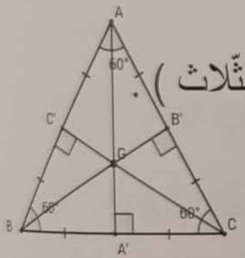


ABC مثلّث متقايس الأضلاع إذن :

1) $AB = AC = BC$ (3 أضلاع متقايسة) .

2) $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60°$

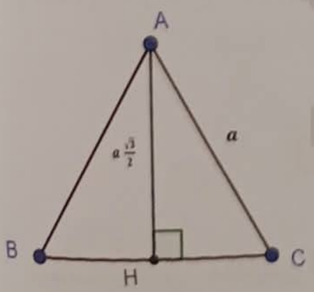
(زاوياه الثّلاثة قيس كلّ واحدة منها 60°)



3) المستقيمات المعتبرة متطابقة (و ذلك في رؤوسه و أضلاعه الثّلاث) (الموسّط العمودي هو نفسه الحامل للموسّط و الحامل للارتفاع و الحامل لمنصّف الزّاوية) .

4) المركز القائم هو نفسه مركز الثقل و هو نفسه مركز الدّائرة المحيطة و هو نفسه مركز الدّائرة المحاطة .

5) إذا كان a هو طول ضلع مثلّث متقايس الأضلاع فإنّ طول الارتفاع الصّادر من إحدى قممه هو $\frac{\sqrt{3}}{2}\, a$



مثال لطريقة تطبيق القاعدة :

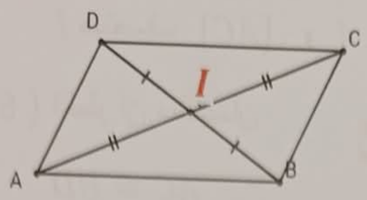
ABC مثلّث متقايس الأضلاع
$[AH]$ الارتفاع الصّادر من A
إذن $AH = AB\,\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. متوازي الأضلاع

$ABCD$ متوازي الأضلاع إذن :

1) كلّ ضلعان متقابلان متوازيان

$(AD) // (BC)$ و $(AB) // (CD)$

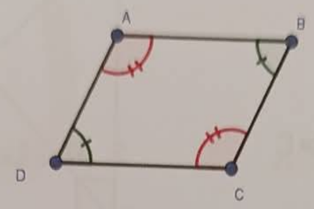


2) كلّ ضلعان متقابلان متقايسان

$AD = BC$ و $AB = DC$

3) القطران يتقاطعان في منتصفهما

I منتصف $[AC]$ و I منتصف $[BD]$



4) الزّوايا المتقابلة متقايسة

$\widehat{A} = \widehat{C}$ و $\widehat{B} = \widehat{D}$

5) الزّوايا المتتالية متكاملة

$$\widehat{A} + \widehat{B} = \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{C} + \widehat{D} = \widehat{D} + \widehat{A} = 180°$$

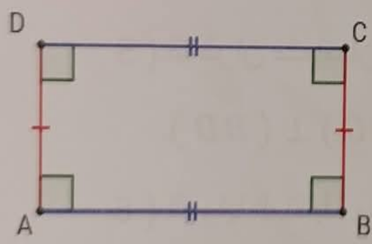
13 . المستطيل

$ABCD$ مستطيل إذن :

1) زواياه الأربعة قائمة

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \widehat{D} = 90°$$

2) كل ضلعان متقابلان متوازيان

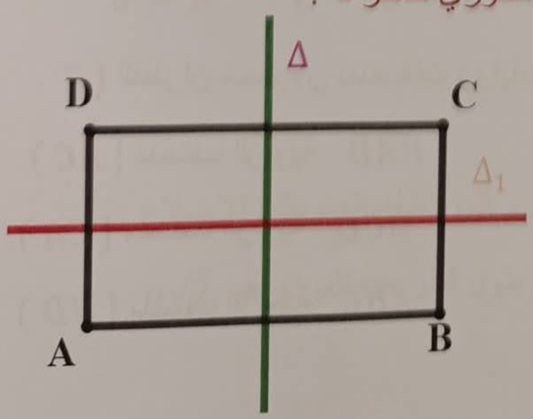


$(AD) // (BC)$ و $(AB) // (CD)$

3) كل ضلعان متقابلان متقايسان

$AD = BC$ و $AB = DC$

4) الموسّطات العموديّة للأضلاع تمثّل محوري تناظر له :



Δ الموسّط العمودي لـ $[AB]$
Δ الموسّط العمودي لـ $[DC]$

Δ_1 الموسّط العمودي لـ $[AD]$
Δ_1 الموسّط العمودي لـ $[BC]$

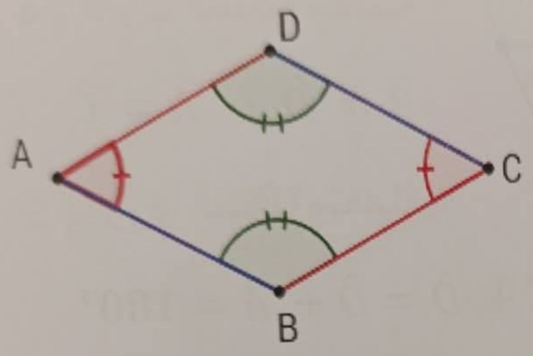
5) القطران يتقاطعان في منتصفهما I .

I منتصف $[AC]$ و I منتصف $[BD]$

6) القطران متقايسان

$AC = BD$

14 . المعيّن



$ABCD$ معيّن إذن :

1) أضلاعه الأربعة متقايسة

$AB = BC = CD = DA$

2) كل ضلعان متقابلان متوازيان

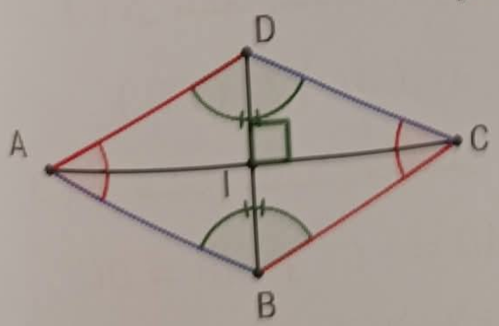
$(AB) // (CD)$ و $(AD) // (BC)$

3) حاملا القطران يمثّلان محوري تناظر له :

(AC) محور تناظر و (BD) محور تناظر

4) القطران يتقاطعان في منتصفهما I .

I منتصف $[AC]$ و I منتصف $[BD]$



5) القطران متعامدان

$(AC) \perp (BD)$

6) الزوايا المتقابلة متقايسة

$\widehat{A} = \widehat{C}$ و $\widehat{B} = \widehat{D}$

7) القطران محمولان بمنصفات زواياه

$[AC)$ منصّف الزاوية $\widehat{BAD}$

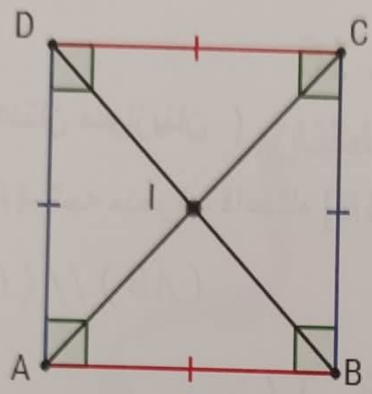
$[CA)$ منصّف الزاوية $\widehat{BCD}$

$[BD)$ منصّف الزاوية $\widehat{ABC}$

($[DB]$ منصّف الزّاوية $\widehat{ADC}$

15 . المربّع

$ABCD$ مربّع إذن :



1) أضلاعه الأربعة متقايسة

$AB = BC = CD = DA$

2) زواياه الأربعة قائمة

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90°$

3) كل ضلعان متقابلان متوازيان

$(AB) // (CD)$ و $(AD) // (BC)$

4) القطران يتقاطعان في منتصفهما I

I منتصف $[AC]$ و I منتصف $[BD]$

5) القطران متعامدان

$(AC) \perp (BD)$

6) القطران متقايسان

$AC = BD$

7) القطران محمولان بمنصفات زواياه

($[AC]$ منصّف الزّاوية $\widehat{BAD}$

($[CA]$ منصّف الزّاوية $\widehat{BCD}$

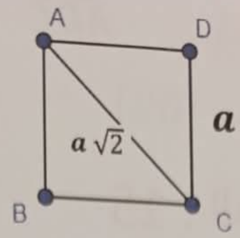
($[BD]$ منصّف الزّاوية $\widehat{ABC}$

($[DB]$ منصّف الزّاوية $\widehat{ADC}$

8) له أربع محاور تناظر : القطران و الموسّطان العموديّان للأضلاع .

9) إذا كان a هو طول ضلع مربّع فإنّ طول قطر هذا المربّع هو $a\sqrt{2}$

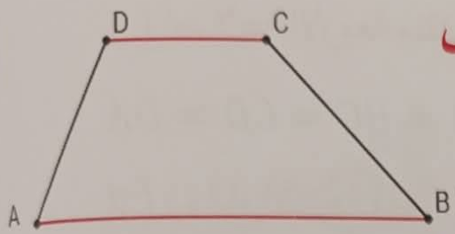
طريقة تطبيق القاعدة :



$ABCD$ مربّع قطره $[AC]$ ،

إذن $AC = AB\sqrt{2}$

16 . شبه المنحرف



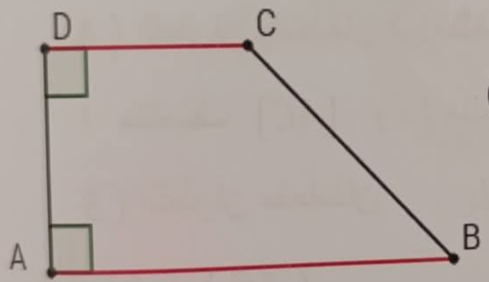
(القاعدتان متوازيتان)

$ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ إذن :

$(AB) // (CD)$

17 . شبه منحرف قائم

$ABCD$ شبه منحرف قائم في A و D إذن :



1) القاعدتان متوازيتان : $(AB) // (CD)$

2) $\widehat{BAD} = 90°$

3) $(AB) \perp (AD)$

4) $\widehat{ADC} = 90°$

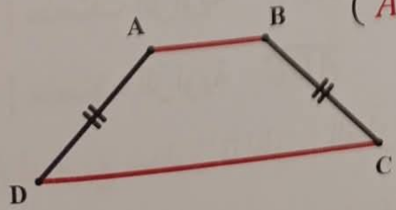
5) $(DA) \perp (DC)$

18 . شبه منحرف متقايس الضّلعين

$ABCD$ شبه منحرف متقايس الضّلعين قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ إذن :

1) القاعدتان متوازيتان : $(AB) // (CD)$

2) $AD = BC$



19 . زاويتان متتامّتان

الزاويتان $\widehat{ABC}$ و $\widehat{EFG}$ متتامّتان إذن :

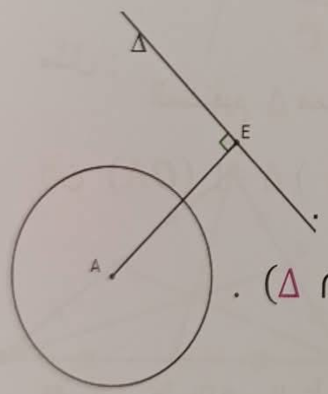
$$\widehat{ABC} + \widehat{EFG} = 90°$$

20 . زاويتان متكاملتان

الزاويتان $\widehat{ABC}$ و $\widehat{EFG}$ متكاملتان إذن :

$$\widehat{ABC} + \widehat{EFG} = 180°$$

21 . الوضعيّة النّسبيّة لدائرة و مستقيم (منفصلان)



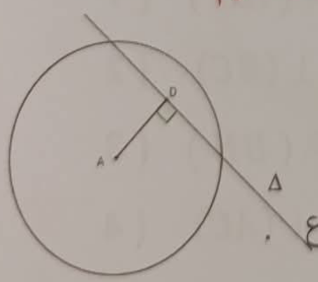
المستقيم Δ و الدّائرة $\mathcal{C}$ منفصلان إذن :

1) بُعد مركز الدّائرة $\mathcal{C}$ عن المستقيم Δ أكبر من الشّعاع .

2) المستقيم Δ و الدّائرة $\mathcal{C}$ لا يتقاطعان . $(\Delta \cap \mathcal{C} = \emptyset)$.

22 . الوضعيّة النّسبيّة لدائرة و مستقيم

(متقاطعان)



المستقيم Δ و الدّائرة $\mathcal{C}$ متقاطعان إذن :

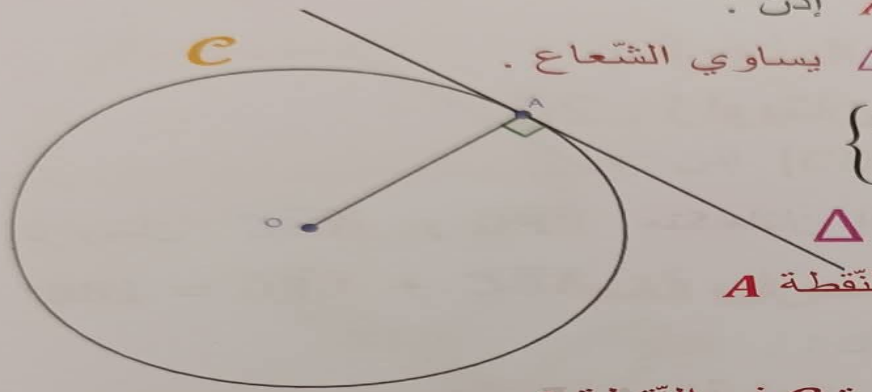
1) بُعد مركز الدّائرة $\mathcal{C}$ عن المستقيم Δ أصغر من الشّعاع .

2) المستقيم Δ يقطع الدّائرة $\mathcal{C}$ في نقطتين .

23 . الوضعيّة النّسبيّة لدائرة و مستقيم متماسّان(أو المستقيم مماس للدّائرة)

المستقيم Δ مماس للدّائرة $\mathcal{C}$ في نقطة A إذن :

1) بُعد مركز الدّائرة $\mathcal{C}$ عن المستقيم Δ يساوي الشّعاع .



مثال : $\begin{cases} \mathcal{C} \text{ دائرة مركزها } O \text{ و شعاعها } 3 \\ \text{المستقيم } \Delta \text{ مماس للدّائرة } \mathcal{C} \end{cases}$

إذن بُعد O عن Δ يساوي 3 .

2) المستقيم Δ يقطع الدّائرة $\mathcal{C}$ في النّقطة A

مثال : $(\Delta \cap \mathcal{C} = \{A\})$

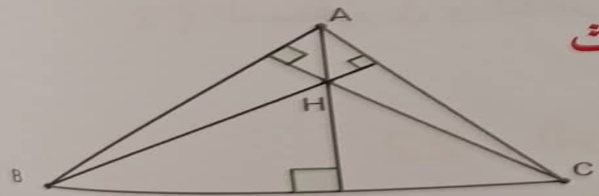
3) المستقيم Δ عمودي على شعاع الدّائرة $\mathcal{C}$ في النّقطة A .

مثال : $\begin{cases} \mathcal{C} \text{ دائرة مركزها } O \\ \text{المستقيم } \Delta \text{ مماس للدّائرة } \mathcal{C} \text{ في النّقطة } A \end{cases}$

إذن $(OA) \perp \Delta$ (Δ عمودي على (OA) في A)

24 . المركز القائم للمثلّث

H المركز القائم للمثلّث ABC إذن :



1) (AH) الحامل للارتفاع الصّادر من A .

2) $(AH) \perp (BC)$.

3) (BH) الحامل للارتفاع الصّادر من B .

4) $(BH) \perp (AC)$.

5) (CH) الحامل للارتفاع الصّادر من C .

6) $(CH) \perp (AB)$.