ج : استنتج أن $AH = b$ و $GH = a$

لنا $BH - AH = \frac{1+3\sqrt{2}}{2}$

يعني $AB - AH - AH = \frac{1+3\sqrt{2}}{2}$

يعني $AB - 2AH = \frac{1+3\sqrt{2}}{2}$

$AB - \frac{1+3\sqrt{2}}{2} = 2AH$

$4 - \frac{1+3\sqrt{2}}{2} = 2AH$

$\frac{8-1-3\sqrt{2}}{2} = 2AH$

$\frac{7-3\sqrt{2}}{4} = AH$

يعني $AH = b$

لنا * $AH^2 = 9 - GH^2$

إذن $AH^2 + GH^2 = 9$

يعني $b^2 + GH^2 = 9$

يعني $GH^2 = a^2$ (حسب سؤال 2)

يعني $GH = a$

تمرين عدد :

1:

نعتبر العددين الحقيقيين .

$a = \frac{\sqrt{14} + 3\sqrt{7}}{4}$ و $b = \frac{7 - 3\sqrt{2}}{4}$

1) بين أن $b > 0$

أ) لنا $7^2 = 49$ $(3\sqrt{2})^2 = 18$

$7^2 > (3\sqrt{2})^2$ و $7 \in \mathbb{R}_+^*$ و $3\sqrt{2} \in \mathbb{R}_+^*$

إذن $7 > 3\sqrt{2}$

ومنه $7 - 3\sqrt{2} > 0$

بالتالي $b > 0$

2) بين $a^2 + b^2 = 9$

$$a^2 + b^2 = \left(\frac{\sqrt{14} + 3\sqrt{7}}{4}\right)^2 + \left(\frac{7 - 3\sqrt{2}}{4}\right)^2$$

$$= \frac{14 + 63 + 6\sqrt{98} + 49 - 42\sqrt{2} + 18}{16}$$

$$= \frac{144 + 6 \times 7\sqrt{2} - 42\sqrt{2}}{16}$$

$$= \frac{144 + 42\sqrt{2} - 42\sqrt{2}}{16}$$

$$= \frac{144}{16} = 9$$

- في الرسم التالي حيث وحدة القيس هي الصنتمتر.

H.M

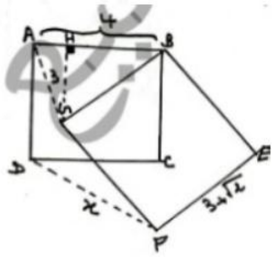
لدينا ABCD مربع حيث $AB=4$

• BEFG مربع حيث $EF=3+\sqrt{2}$ و $AG=3$

يهدف أن نحسب x ($DF=x$)

ليكن H المسقط العمودي لـ G على (AB)

أ: بين أن $AH^2=9-GH^2$ و $BH^2=11+6\sqrt{2}-GH^2$



3) أ - AHG مثلث قائم في H إذن حسب نظرية بيتاغورس

$$AG^2=HG^2+AH^2$$

يعني $AH^2=AG^2-HG^2$

$$=3^2-HG^2$$

$$=9-HG^2$$

* HBG مثلث قائم في H إذن حسب نظرية بيتاغورس

$$BG^2=HB^2+HG^2$$

إذن $HB^2=BG^2-HG^2$

$$=(3+\sqrt{2})^2-HG^2$$

$$=9+2+6\sqrt{2}-HG^2$$

$$=11+6\sqrt{2}-HG^2$$

ب: استنتج أن $BH-AH=\frac{1+3\sqrt{2}}{2}$

$$BH^2-AH^2=11+6\sqrt{2}-HG^2-(9-HG^2)$$

$$=11+6\sqrt{2}-HG^2-9+\cancel{HG^2}$$

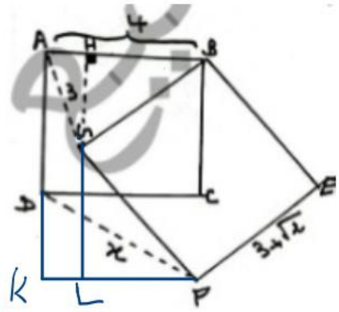
$$=2+6\sqrt{2}$$

يعني $(BH-AH)\times(BH+AH)=2+6\sqrt{2}$

ومنه $BH-AH=\frac{2+6\sqrt{2}}{BH+AH}$

$$=\frac{2+6\sqrt{2}}{AB}=\frac{2+6\sqrt{2}}{4}=\frac{1+3\sqrt{2}}{2}$$

) لتكن K المسقط العمودي لـ F على (AD) و (GH)
يقطع (FK) في نقطة L .
أ) بين $G\hat{B}H = F\hat{G}L$



لنا $L \in (HG)$ إذن

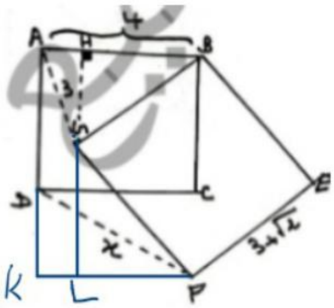
$$F\hat{G}L = 180° - (F\hat{G}B + B\hat{G}H)$$
$$= 180° - (90° + B\hat{G}H)$$
$$(1) \quad = 90° - B\hat{G}H$$

* في المثلث HBG لنا

$$G\hat{B}H = 180° - (B\hat{H}G + B\hat{G}H)$$
$$= 180° - (90° + B\hat{G}H)$$
$$(2) \quad = 90° - B\hat{G}H$$

من (1) و (2) نستنتج أن $F\hat{G}L = G\hat{B}H$

ب) أثبت تقايس المثلثين BGH و FGL



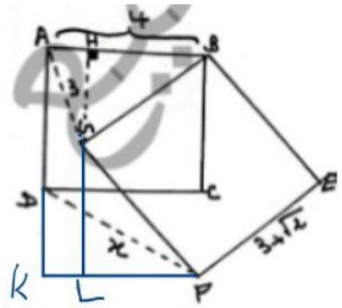
لنا $(LH) \perp (AB)$
و $(AK) \perp (AB)$
إذن $(HL) // (AK)$
ولنا $(FK) \perp (AK)$
نستنتج أن $(FK) \perp (HL)$
ومنه $H\hat{L}F = 90°$ بالتالي LFG مثلث قائم في L

* في المثلثان القائمان LFG , HBG لنا
$$H\hat{B}G = L\hat{G}F$$
والوتران $GB = GF$ (FEBG مربع)
نستنتج أن المثلثان BGH و FGL متقايسان

DELTA ACADEMY

ت ٢. أ. بيّن أنّ AHLK مستطيل

ب. بيّن $FK = a+b$



أ- لنا $K\hat{A}H = 90°$ و $A\hat{K}L = 90°$ و $A\hat{H}L = 90°$

إذن AHLK مستطيل

ب-

$FK = FL + LK$

$= HG + AH$

$= a + b$

$KL = AH = b$ (AHLK مستطيل)

$FL = HG = a$ (عناصر نظيرة في المثلثان HBG و GFL)

ج. بيّن $DK = a-b$

$DK = AK - AD$

$= HL - 4$

$= (HG + GL) - 4$

$= HG + HB - 4$

$= HG + \cancel{4} - AH - \cancel{4}$

$= HG - AH$

$= a - b$

$AK = HL$ (AHLK مستطيل)

$GL = HB$ (عناصر نظيرة في المثلثان GFL و HBG)

د. مستعينا بما سبق بيّن أنّ: $x =$

في المثلث القائم DKF لنا

$DF^2 = DK^2 + KF^2$

يعني $x^2 = (a-b)^2 + (a+b)^2$

$\Rightarrow x^2 = a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + b^2 + 2ab$

$\Rightarrow x^2 = 2a^2 + 2b^2$

$\Rightarrow x^2 = 2(a^2 + b^2) = 2 \times 9 = 18$

نستنتج أنّ $x = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$