موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

المعادلات و المتراجحات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

I. المعادلات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$:

نشاط عـــ01ـــدد :

ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 2x + 1$ و $AC = 7x - 19$ و $BC = 4x + 12$ بالصم
و x عدد حقيقي حيث $6 < x < 32$

1) أ- إذا كان $7x - 19 = 2x + 1$ فإنّ المثلث ABC .....

.....

ب- بيّن أنّ $7x - 19 = 2x + 1$ يعنـــي $5x = 20$

.....

.....

ج- استنتج إذًا أبعاد المثلّث في هذه الحالة .

.....

.....

2) أ- أوجد العدد x ليكون المثلّث ABC متقايس الضّلعين قمّته الرّئيسيّة C

.....

.....

ب- هل يمكن أن يتقايس الضّلعان $[AB]$ و $[BC]$ ؟

.....

.....

3) ماهي أبعاد المثلّث ABC إذا علمت أنّ محيطه يساوي $114cm$

نشاط عـــ02ـــدد:

أوجد العدد الحقيقي x في الحالات التّالية :

$x + \sqrt{3} = 0$ ؛ $2x - \sqrt{3} = 0$ ؛ $x - \sqrt{5} = -4x + \sqrt{5}$

$2x + 1 = \sqrt{3}(x + \sqrt{3})$ ؛ $-x + 1 = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - x\right)$

- $x + \sqrt{3} = 0$ يعني $x = -\sqrt{3}$ إذن $S_{\mathbb{R}} = \{-\sqrt{3}\}$
- $2x - \sqrt{3} = 0$ يعني $2x = \sqrt{3}$

يعني $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

- $x - \sqrt{5} = -4x + \sqrt{5}$ يعني $x + 4x = \sqrt{5} + \sqrt{5}$

يعني $5x = 2\sqrt{5}$

يعني $x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2\sqrt{5}}{5}\right\}$

- $2x-4=\sqrt{3}(x-\sqrt{3})$ يعني $2x-4=\sqrt{3}x-3$

يعني $2x-\sqrt{3}x=-3+4$

يعني $(2-\sqrt{3})x=1$

يعني $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{1\times(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})\times(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{2+\sqrt{3}\}$

- في هذا النّشاط كلّ مساواة تؤول إلى صيغة من نوع $ax=b$ حيث a و b عددان حقيقيّان معلومان و a مخالف للصّفر تسمّى معادلة من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد في مجموعة الأعداد الحقيقيّة $\mathbb{R}$
- حلّ هذه المعادلة يتمثّل في البحث عن العدد المجهول x الذي يحقّق المساواة $ax=b$

في المعادلة $ax=b$:
x يسمّى المجهول
ax يسمّى الطّرف الأوّل للمعادلة
b يسمّى الطّرف الثّاني للمعادلة

- إذا كان a و b عددين حقيقيّين معلومين حيث a مخالف للصّفر و x عدد حقيقي مجهول فإنّ :

$$ax=b \quad \text{يعني} \quad x=\frac{b}{a}$$

مجموعة حلول المعادلة $ax=b$ و الّتي نرمز لها بـ هي $S_{\mathbb{R}}$ هي $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{b}{a}\right\}$

- إذا كان a و b عددين حقيقيّين معلومين حيث $a=0$ و $b\neq 0$ و x عدد حقيقي مجهول فإنّ :

المعادلة $0x=b$ ليس لها حلاّ و نكتب $S_{\mathbb{R}}=\emptyset$

- إذا كان a و b عددين حقيقيّين معلومين حيث $a=0$ و $b=0$ و x عدد حقيقي مجهول فإنّ :

مجموعة حلول المعادلة $0x=0$ هي مجموعة الأعداد الحقيقيّة $\mathbb{R}$ و نكتب $S_{\mathbb{R}}=\mathbb{R}$

- إذا كان a و b و x أعدادا حقيقيّة فإنّ :

$a+x=b$ يعني $x=b-a$ *

$a-x=b$ يعني $x=a-b$ *

$x-a=b$ يعني $x=b+a$ *

- إذا كان a عددا حقيقيّا موجبا و x عددا حقيقيّا مجهولاً فإنّ :

$x^2=a$ يعني $x=\sqrt{a}$ أو $x=-\sqrt{a}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

• إذا كان a و b عددين حقيقيين فإنّ $a \times b = 0$ يعنـــي $a = 0$ أو $b = 0$

تطبيقات :

❶ حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلات التّالية :

/1 $-5x + 11 = 7 + 12x$ ؛ /2 $2x - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}x$

/3 $\frac{\sqrt{3}}{2}(1-x) - \sqrt{3} = 1$ ؛ /4 $\sqrt{2}(x+\sqrt{3}) - 1 = \sqrt{6} + 1 - x$

/5 $(2x+1)(2x-\sqrt{3}) = 0$ ؛ /6 $5x(7-2x) - 6(2x-7) = 0$

/7 $(3x+2)(5x-1) = (5-3x)(3x+2)$ ؛ /8 $\sqrt{2}(2x+1) = 2(\sqrt{2}x - 1)$

/9 $3\sqrt{2}(x + 2\sqrt{3}) = \sqrt{6}(\sqrt{3}x + 6)$ ؛

❷ حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلات التّالية :

/1 $x^2 = 4$ ؛ /2 $x^2 + 9 = 0$ /3 $x^2 = (\sqrt{2}-1)^2$ ؛

/4 $8x^2 - 23 = 2 - x^2$ ؛ /5 $(x-1)^2 = 9$ ؛ /6 $(3-x)^2 = (3x+1)^2$ ؛

/7 $4x^2 - 12x + 9 = 0$ ؛ /8 $(2+3x)^2 = 4 - 4x + x^2$ ؛

/9 $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = (2-\sqrt{3})^2$ /10 $x^2 - 2(\sqrt{2}+1)x + 3 + 2\sqrt{2} = 0$

الإصلاح :

❶ حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلات التّالية :

/1 $-5x + 11 = 7 + 12x$ يعنـي $-5x - 12x = 7 - 11$

يعنـي $-17x = -4$

يعنـي $x = \frac{-4}{-17} = \frac{4}{17}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{4}{17}\right\}$

/2 $2x - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}x$ يعنـي $2x + \sqrt{3}x = 2 + \sqrt{3}$

يعنـي $(2+\sqrt{3})x = 2 + \sqrt{3}$

يعنـي $x = \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 1$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{1\}$

/3 $\frac{\sqrt{3}}{2}(1-x) - \sqrt{3} = 1$ يعنـي $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}x = 1 + \sqrt{3}$

يعنـي $-\frac{\sqrt{3}}{2}x = 1 + \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

يعنـي $-\frac{\sqrt{3}}{2}x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

يعنـي $-\frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{2+\sqrt{3}}{2}$

يعنـي $x = \frac{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right\}$

/4 $\sqrt{2}(x+\sqrt{3})-1 = \sqrt{6}+1-x$ يعني $\sqrt{2}x+\sqrt{6}-1 = \sqrt{6}+1-x$

يعني $\sqrt{2}x = \sqrt{6}+1+1-\sqrt{6}-x$

يعني $\sqrt{2}x = 2-x$

يعني $\sqrt{2}x+x = 2$

يعني $(\sqrt{2}+1)x = 2$

يعني $x = \frac{2}{\sqrt{2}+1} = \frac{2\times(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)\times(\sqrt{2}-1)} = 2\sqrt{2}-2$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{2\sqrt{2}-2\}$

/5 $(2x+1)(2x-\sqrt{3}) = 0$ يعني $2x-\sqrt{3} = 0$ أو $2x+1 = 0$

يعني $2x = \sqrt{3}$ أو $2x = -1$

يعني $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ أو $x = -\frac{1}{2}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{1}{2}\,;\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

/6 $5x(7-2x)-6(2x-7) = 0$ يعني $5x(7-2x)+6(7-2x) = 0$

يعني $(7-2x)(5x+6) = 0$

يعني $5x+6 = 0$ أو $7-2x = 0$

يعني $5x = -6$ أو $2x = 7$

يعني $x = -\frac{6}{5}$ أو $x = \frac{7}{2}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{6}{5}\,;\,\frac{7}{2}\right\}$

/7 $(3x+2)(5x-1) = (5-3x)(3x+2)$

يعني $(3x+2)(5x-1)-(5-3x)(3x+2) = 0$

يعني $(3x+2)[(5x-1)-(5-3x)] = 0$

يعني $(3x+2)[5x-1-5+3x] = 0$

يعني $(3x+2)(8x-4) = 0$

يعني $8x-4 = 0$ أو $3x+2 = 0$

يعني $8x = 4$ أو $3x = -2$

يعني $x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ أو $x = -\frac{2}{3}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{2}\right\}$

/8 $\sqrt{2}(2x+1) = 2(\sqrt{2}x-1)$ يعني $\sqrt{2}\times 2x+\sqrt{2}\times 1 = 2\times\sqrt{2}x-2\times 1$

يعني $2\sqrt{2}x+\sqrt{2} = 2\sqrt{2}x-2$

يعني $2\sqrt{2}x-2\sqrt{2}x = -2-\sqrt{2}$

يعني $0x = -2-\sqrt{2}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

المعادلة $\sqrt{2}(2x+1)=2(\sqrt{2}x-1)$ ليس لها حلاً إذن $S_{\mathbb{R}}=\emptyset$

9/ $3\sqrt{2}(x+2\sqrt{3})=\sqrt{6}(\sqrt{3}x+6)$

يعني $3\sqrt{2}\times x+3\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{6}\times\sqrt{3}x+\sqrt{6}\times 6$

يعني $3\sqrt{2}x+6\sqrt{6}=3\sqrt{2}x+6\sqrt{6}$

يعني $3\sqrt{2}x-3\sqrt{2}x=6\sqrt{6}-6\sqrt{6}$

يعني $0\times x=0$

كلّ عدد حقيقي يحقّق المعادلة $0\times x=0$

إذن مجموعة حلول هذه المعادلة هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\mathbb{R}$

2 حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلات التّالية :

1/ $x^2=4$ يعني $x=\sqrt{4}=2$ أو $x=-\sqrt{4}=-2$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\{-2\,;\,2\}$

<u>طريقة ثانية :</u>

$x^2=4$ يعني $x^2-4=0$

يعني $x^2-2^2=0$

يعني $(x-2)(x+2)=0$

يعني $x+2=0$ أو $x-2=0$

يعني $x=-2$ أو $x=2$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\{-2\,;\,2\}$

2/ $x^2+9=0$ يعني $x^2=-9$

هذه المعادلة ليس لها حلاً إذن $S_{\mathbb{R}}=\emptyset$

3/ $x^2=(\sqrt{2}-1)^2$ يعني $x^2-(\sqrt{2}-1)^2=0$

يعني $[x-(\sqrt{2}-1)][x+(\sqrt{2}-1)]=0$

يعني $(x-\sqrt{2}+1)(x+\sqrt{2}-1)=0$

يعني $x+\sqrt{2}-1=0$ أو $x-\sqrt{2}+1=0$

يعني $x=1-\sqrt{2}$ أو $x=\sqrt{2}-1$

إذن $S_{\mathbb{R}}=\{1-\sqrt{2}\,;\,\sqrt{2}-1\}$

4/ $8x^2-23=2-x^2$ يعني $8x^2+x^2-23=2$

يعني $8x^2+x^2=2+23$

يعني $9x^2=25$

يعني $9x^2-25=0$

يعني $(3x)^2-5^2=0$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

يعني $(3x-5)(3x+5)=0$
يعني $3x+5=0$ أو $3x-5=0$
يعني $3x=-5$ أو $3x=5$
يعني $x=-\frac{5}{3}$ أو $x=\frac{5}{3}$
إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right\}$

/5 $(x-1)^2=9$ يعني $(x-1)^2-9=0$
يعني $(x-1)^2-3^2=0$
يعني $(x-1+3)(x-1-3)=0$
يعني $(x+2)(x-4)=0$
يعني $x+2=0$ أو $x-4=0$
يعني $x=-2$ أو $x=4$
إذن $S_{\mathbb{R}}=[-2;4]$

/6 $(3-x)^2=(3x+1)^2$ يعني $(3-x)^2-(3x+1)^2=0$
يعني $[(3-x)-(3x+1)][(3-x)+(3x+1)]=0$
يعني $(3-x-3x-1)(3-x+3x+1)=0$
يعني $(-4x+2)(2x+4)=0$
يعني $-4x+2=0$ أو $2x+4=0$
يعني $4x=2$ أو $2x=-4$
يعني $x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{4}{2}=-2$
إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-2;\frac{1}{2}\right\}$

/7 $4x^2-12x+9=0$ يعني $(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2=0$
يعني $(2x-3)^2=0$
يعني $2x-3=0$
يعني $2x=3$
يعني $x=\frac{3}{2}$
إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

/8 $(2+3x)^2=4-4x+x^2$ يعني $(2+3x)^2=(2-x)^2$
يعني $(2+3x)^2-(2-x)^2=0$
يعني $[(2+3x)-(2-x)][(2+3x)+(2-x)]=0$
يعني $(2+3x-2+x)(2+3x+2-x)=0$
يعني $4x(2x+4)=0$
يعني $4x=0$ أو $2x+4=0$
يعني $x=0$ أو $2x=-4$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM