



المعادلات والمترجمات

حل في IR المعادلات التالية :

$$x - 1 = 3x + \frac{2}{3}$$

$$2 - \frac{1}{2}(x + 3) = 4 - x$$

$$\frac{x}{3} + \sqrt{3} = x$$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{x+\frac{1}{2}}{3}$$

حل في IR المعادلات التالية :

$$x^2 = 3 \quad (أ)$$

$$(4x+1)^2 = 8x+1+\sqrt{2} \quad (ب)$$

$$5x^2 - \sqrt{5} = 0 \quad (ج)$$

$$11x^2 + 2 = 0 \quad (د)$$

حل في IR المعادلات التالية :

$$2(x+1)^2 - (x+1)(3x-1) = 0 \quad (أ)$$

$$(\sqrt{2}x-1)^2 = 2(x^2-1) \quad (ب)$$

$$(x-\sqrt{3})^2 = (2x-\frac{1}{2})^2 \quad (ج)$$

$$x + 2\sqrt{x} + 1 = 0 \quad (د)$$

$$(x-1) - 4\sqrt{x-1} = -4 \quad (هـ)$$





MATH+

الحصر - المجالات - القيمة المطلقة

I - الحصر:

1. تعريف:

حصر عدد حقيقي x يعني إيجاد عددين a و b بحيث: $a \leq x \leq b$ ومدى هذا الحصر هو: $b - a$

مثال: أوجد حصر العدد $\sqrt{5}$ مداه 10^{-2} ؟

نعلم أن $\sqrt{5} = 2,23607...$ إذن $2,23 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$ و مدى هذا الحصر هو: $2,24 - 2,23 = 0,01 = 10^{-2}$

2- حصر مجموع أو جداء:

لحصر مجموع أو جداء نستعمل قواعد الجمع أو الضرب طرفا بطرف

مثال: $3 \leq x \leq 8$ و $1 \leq y \leq 7$ و $-2 \leq z \leq -1$ أعط حصر $x + y$ و xy و yz ؟

$$1 + 3 \leq x + y \leq 7 + 8 \Leftrightarrow 4 \leq x + y \leq 15$$

$$1 \times 3 \leq xy \leq 7 \times 8 \Leftrightarrow 3 \leq xy \leq 56$$

$$\text{لدينا: } 1 \leq -z \leq 2 \Leftrightarrow 1 \times 1 \leq -yz \leq 2 \times 7 \Leftrightarrow 1 \leq -yz \leq 14 \Leftrightarrow -14 \leq yz \leq -1$$

3- حصر فرق و حاصل قسمة:

أما حصر حاصل قسمة فإنه يعني ضرب في المقلوب مع مراعاة اتجاه الحصر

حصر فرق يعني إضافة المقابل

مثال: $3 \leq x \leq 8$ و $1 \leq y \leq 7$ أعط حصر $x - y$ و $\frac{x}{y}$ ؟

$$\frac{1}{7} \leq \frac{1}{y} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 3 \times \frac{1}{7} \leq x \times \frac{1}{y} \leq 8 \times 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{7} \leq \frac{x}{y} \leq 8$$

$$-7 \leq -y \leq -1$$

$$\Leftrightarrow 3 + (-7) \leq x + (-y) \leq 8 + (-1)$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq x - y \leq 7$$

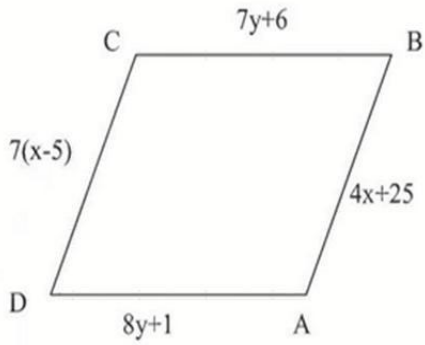




حل في IR المعادلات التالية :

أ) $x^2 = 3$ ب) $(4x + 1)^2 = 8x + 1 + \sqrt{2}$

ج) $5x^2 - \sqrt{5} = 0$ د) $11x^2 + 2 = 0$



في ما يلي متوازي أضلاع ABCD
ابحث عن أقيسة أضلاعه ؟

حل في IR المعادلات التالية

$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = x$ *

$-\sqrt{2}x + 1 = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2}x$ *

$\frac{3}{2}(\frac{2}{5}x - 1) = -\frac{2}{5}(x + \frac{1}{2})$ *

$-\frac{2x-1}{3} = \frac{1-2\sqrt{2}x}{3}$ *

أ- بين أن $x^2 - x - \frac{3}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 - 1$

$x^2 - x - \frac{3}{4} = -1$ *

$x^2 - x - \frac{3}{4} = 0$ *

$x^2 - x - \frac{3}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 - 1$ *

ب- حل في IR المعادلات التالية





تمرين عدد 1 :

x عدد حقيقي بحيث $x \in]-1, 3[$

(1) أوجد حصر $2x-5$

(2) أثبت أن $x+3 \neq 0$

(3) لتكن العبارة $B = \frac{2x-5}{x+3}$

أ- أثبت أن $B = 2 - \frac{11}{x+3}$

ب- استنتج حصرًا للعبارة B

تمرين عدد 2 :

نعتبر العدد الحقيقي x حيث $x \in [-2, 1]$

(1) أثبت أن $3x+7 \neq 0$

(2) لتكن العبارة $A = \frac{9x+16}{3x+7}$

أ- بين أن $A = 3 - \frac{5}{3x+7}$

ب- أثبت أن $A \in \left[-2, \frac{5}{2}\right]$





II- المجالات :

1- تعريف :

a و b عدنان حقيقيان حيث : $a \leq b$
نسمي مجالا مغلقا طرفاه a و b مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث : $a \leq x \leq b$ و نرمز إليه بالرمز $[a; b]$. بطريقة مبسطة نسمي مجالا مجموعة الأعداد الحقيقية المحددة بحصر.

2- تمثيل مجال :



يمثل المجال على مستقيم مدرج بواسطة نقطتين A و B فاصلتهما على التوالي a و b .

3- أنواع المجالات :

أ- المجالات المحدودة : نعتبر a و b عددين حقيقيين بحيث : $a \leq b$

تسمية المجال	التمثيل على مستقيم مدرج	مجموعة الأعداد الحقيقية x	المجال الذي يرمز إليه
المجال المغلق طرفاه a و b		$a \leq x \leq b$	$[a; b]$
المجال المفتوح طرفاه a و b		$a < x < b$	$]a; b[$
المجال نصف مغلق على اليمين أو نصف مفتوح على اليسار طرفاه a و b		$a < x \leq b$	$]a; b]$
المجال نصف مفتوح على اليمين أو نصف مغلق على اليسار طرفاه a و b		$a \leq x < b$	$[a; b[$

ب- المجالات غير المحدودة : نعتبر a و b عددين حقيقيين

تسمية المجال	التمثيل على مستقيم مدرج	مجموعة الأعداد الحقيقية x	المجال الذي يرمز إليه
مجال مغلق غير محدود على اليمين طرفه a		$x \geq a$	$[a; +\infty[$
مجال مفتوح غير محدود على اليمين طرفه a		$x > a$	$]a; +\infty[$
مجال مغلق غير محدود على اليسار طرفه b		$x \leq b$	<math]-\infty; b]<="" math=""></math]-\infty;>
مجال مفتوح غير محدود على اليسار طرفه b		$x < b$	<math]-\infty; b[<="" math=""></math]-\infty;>





ج- المجالات و القيمة المطلقة :

نعتبر x عدد حقيقي و a عددا حقيقيا موجبا .

◆ إذا كان العدد x يحقق ، $|x| \leq a$ يعني $x \in [-a; a]$. (مجال مغلق طرفاه $-a$ و a)

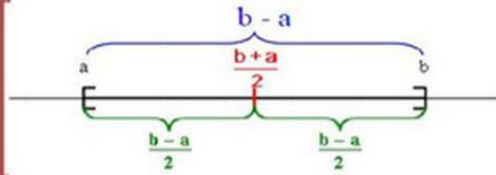
◆ إذا كان العدد x يحقق ، $|x| < a$ يعني $x \in]-a; a[$. (مجال مفتوح طرفاه $-a$ و a)

◆ إذا كان العدد x يحقق ، $|x| \geq a$ يعني $x \in]-\infty; -a] \cup [a; +\infty[$. (اتحاد مجالين غير محدودان مغلقان)

◆ إذا كان العدد x يحقق ، $|x| > a$ يعني $x \in]-\infty; -a[\cup]a; +\infty[$. (اتحاد مجالين غير محدودان مفتوحان)

4- عناصر المجال :

يتميز المجال $[a; b]$ بالعناصر الآتية :

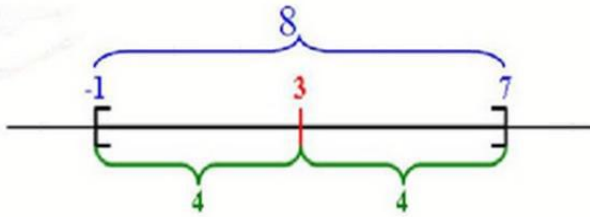


✱ **مركزه** : و هو العدد الحقيقي : $c = \frac{b+a}{2}$

✱ **طوله** : و هو العدد الحقيقي الموجب : $b-a$

✱ **نصف قطره** : و هو العدد الحقيقي الموجب : $r = \frac{b-a}{2}$

مثال : أوجد مركز و طول و نصف قطر المجال : $[-1; 7]$



■ **مركزه هو** : $c = \frac{7+(-1)}{2} = \frac{6}{2} = 3$

■ **طوله هو** : $7 - (-1) = 7 + 1 = 8$

■ **نصف قطره هو** : $r = \frac{7 - (-1)}{2} = \frac{7 + 1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

5- تقاطع و اتحاد مجالين :

■ **تقاطع مجالين I و J** هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I و J ونرمز إليه بـ : $I \cap J$.

■ **اتحاد مجالين I و J** هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I أو J ونرمز إليه بـ : $I \cup J$.



مثال : ليكن $I = [-3; 2]$ و $J =]-\infty; 1]$ أوجد $I \cap J$ و $I \cup J$.

الحل : $I \cap J = [-3; 1]$ و $I \cup J =]-\infty; 2]$





تطبيق 1

نعتبر x عددا حقيقيا ينتمي إلى المجال $\left[\frac{3}{5}, \frac{2}{3}\right]$

أ- بين أن $15x$ ينتمي إلى المجال $[9, 10]$

ب- بين أن $x - \frac{1}{2}$ ينتمي إلى المجال $\left[\frac{1}{10}, \frac{1}{6}\right]$

$$x \in \left[\frac{3}{5}, \frac{2}{3}\right] \Leftrightarrow \frac{3}{5} \leq x \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow 15 \times \frac{3}{5} \leq 15x \leq 15 \times \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{45}{5} \leq 15x \leq \frac{30}{5} \Leftrightarrow 9 \leq 15x \leq 10$$

إذن : $15x \in [9, 10]$

$$\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{6}{10} - \frac{5}{10} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{4}{6} - \frac{3}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{10} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{6}$$

إذن : $x - \frac{1}{2} \in \left[\frac{1}{10}, \frac{1}{6}\right]$

تطبيق 2

نعتبر x عددا حقيقيا ينتمي إلى المجال $\left[-\frac{7}{5}, \frac{4}{3}\right]$

أ- بين أن $3x$ ينتمي إلى المجال $\left[-\frac{21}{5}, 4\right]$

ب- استنتج مجالا تنتمي إليه العبارة $3x + \frac{2}{5}$

$$x \in \left[-\frac{7}{5}, \frac{4}{3}\right] \Leftrightarrow -\frac{7}{5} \leq x \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3 \times -\frac{7}{5} \leq 3x \leq 3 \times \frac{4}{3} \Leftrightarrow -\frac{21}{5} \leq 3x \leq 4$$

إذن : $3x \in \left[-\frac{21}{5}, 4\right]$

$$-\frac{21}{5} \leq 3x \leq 4 \Leftrightarrow -\frac{21}{5} + \frac{2}{5} \leq 3x + \frac{2}{5} \leq 4 + \frac{2}{5} \Leftrightarrow -\frac{84}{20} + \frac{8}{20} \leq 3x + \frac{2}{5} \leq -\frac{20}{5} + \frac{2}{5} \Leftrightarrow -\frac{76}{20} \leq 3x + \frac{2}{5} \leq -\frac{18}{5} \\ \Leftrightarrow -\frac{19}{5} \leq 3x + \frac{2}{5} \leq -\frac{18}{5}$$

يعني $3x + \frac{2}{5} \in \left[-\frac{19}{5}, -\frac{18}{5}\right]$





تطبيق 3

نعتبر x و y عددين حقيقيين حيث $|x| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$ و $|y| \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$

أ- أوجد حصرًا للعددين x و y .

ب- بين أن $|xy| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}|y|$.

ت- استنتج أن $|xy| \leq 1$.

ث- استنتج مجالًا ينتمي إليه الجداء xy .

أ- يعني $|x| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$ $-\frac{\sqrt{2}}{3} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$

يعني $|y| \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$ $-\frac{3\sqrt{2}}{2} \leq y \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$

ب- لدينا : $|x| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$ و $|y| > 0$ يعني $|x| \times |y| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}|y|$ وبالتالي $|xy| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}|y|$.

ت- بما أن : $|y| \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$ فإن : $\frac{\sqrt{2}}{3} \times |y| \leq \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{2}$ أي $\frac{\sqrt{2}}{3}|y| \leq \frac{6}{6}$ إذن : $\frac{\sqrt{2}}{3}|y| \leq 1$

ث- لدينا : $|y| \leq 1$ يعني $|xy| \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$ وبالتالي $xy \in [-1; 1]$.

نشاط 1) أ- مثل على مستقيم مدرج المجموعات التالية

$$A = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 2\}, A' = \{x \in \mathbb{R} / x < -1\}$$

$$K = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x < 0\}, K' = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3\}$$

ب- اكتب كلا من المجموعات السابقة في صيغة مجال

2) نعتبر المجالات التالية

$$B =]-1, 2[, C = [1, 3[, D =]-4, -1[, I = [-3, +\infty[, J =]-\infty, 4]$$

أ- أنقل ثم أتمم بما يناسب

$$B = \{x \in \mathbb{R} / \dots\dots\dots\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / \dots\dots\dots\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} / \dots\dots\dots\}$$

$$I = \{x \in \mathbb{R} / \dots\dots\dots\}$$

$$J = \{x \in \mathbb{R} / \dots\dots\dots\}$$

ب- مثل على مستقيم مدرج كلا من المجالين D و I

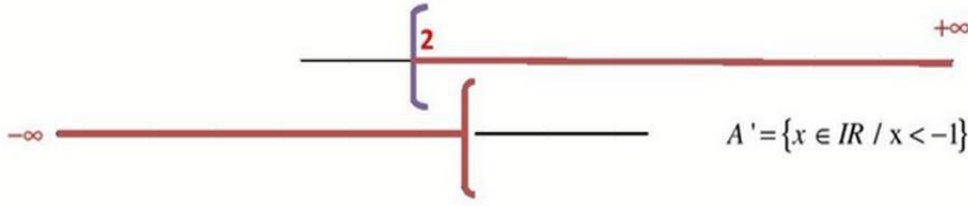
ج- مثل على مستقيم مدرج المجالات B و C و J





التمثيل على مستقيم مدرج

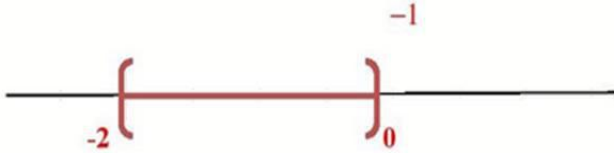
$$A = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 2\} \quad (1)$$



$$A' = \{x \in \mathbb{R} / x < -1\}$$



$$K = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x < 0\}$$



$$K' = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3\}$$



ب. كتابة المجموعات السابقة في صيغة مجال :

$$K' =]1; 3[; K = [-2; 0[; A' =]-\infty; -1[; A = [2; +\infty[$$

2) أ. نعبّر عن المجالات بواسطة مجموعات :

الكتابة على شكل مجموعات	الكتابة على شكل مجالات
$I = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$	$I = [-3; +\infty[$
$J = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 4\}$	$J =]-\infty; 4]$
$B = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x < 2\}$	$B =]-1; 2[$
$C = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x < 3\}$	$C = [1; 3[$
$D = \{x \in \mathbb{R} / -4 < x \leq -1\}$	$D =]-4; -1]$

ب. تمثيل كلا من $I = [-3; +\infty[$ و $D =]-4; -1]$ على نفس المستقيم العددي



$$I \cup D =]-4; +\infty[\quad \text{و} \quad I \cap D = [-3; -1]$$

ج. تمثيل كلا من $B =]-1; 2[$ و $C = [1; 3[$ و $J =]-\infty; 4]$ على نفس المستقيم العددي



$$B \cup C \cup D =]-\infty; 4] \quad \text{و} \quad B \cap C \cap D = [1; 2[$$





اطبق :

1 أكتب في صيغة مجال المجموعات التالية :

$$A = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / x \geq \sqrt{3}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{5}{4}\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x < \sqrt{\frac{7}{11}}\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{R} / |x| \geq 1\}$$

- 2 أنقل على كراسك واملاً الفراغات التالية بما يناسب :
- أ- $|x| \leq 3$ يعني $x \in \dots\dots\dots$
- ب- $x \in]-2, 2[$ يعني $\dots\dots\dots$
- ج- $x \in]-\infty, 1[$ يعني $\dots\dots\dots$
- د- $x \geq 0$ يعني $\dots\dots\dots$

- 3 جد مجموعة الأعداد الحقيقية x في كل حالة من الحالات التالية ومثل كلاً منها على مستقيم مدرج
- أ- $|x - 3| = 2$
- ب- $|x + 2| \leq \frac{1}{2}$
- ج- $|x + 1| \geq 3$

- 4 نعتبر I و J و K ثلاث مجموعات حقيقية حيث :
- $$I = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -1\}$$
- $$J = \{x \in \mathbb{R} / x < \frac{1}{2}\}$$
- $$K = \{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}\}$$

- أ- مثل I و J و K على نفس المستقيم العددي
- ب- حدد التقاطعات التالية $K \cap I$, $K \cap J$, $I \cap J$

- 5 أ- مثل المجالات التالية على مستقيم عددي
- $$A = \left[1, \frac{5}{2}\right] ; B = \left[-\frac{1}{2}, 1\right] ; C = \left[\frac{-7}{2}, 2\right]$$
- ب- حدد المجالات التالية :
- $$C \cup A ; C \cup B ; A \cup C$$





أطبق 1

أكتب في صيغة مجال المجموعات التالية :

الكتابة الموافقة في صيغة مجال	الكتابة في صيغة مجموعات
$A = [-3; 2[$	$A = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 2\}$
$B = [\sqrt{3}; +\infty[$	$B = \{x \in \mathbb{R} / x \geq \sqrt{3}\}$
$C =]-\infty; \frac{5}{4}]$	$C = \{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{5}{4}\}$
$D =]-\infty; \sqrt{\frac{7}{11}}[$	$D = \{x \in \mathbb{R} / x < \sqrt{\frac{7}{11}}\}$
$E =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$	$E = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 1\}$

أطبق 2

أنقل على كراسك ثم أكمل الفراغات بما يناسب :

أ- $|x| \leq 3$ يعني $x \in [-3; 3]$

ب- $|x| < 2$ يعني $x \in]-2; 2[$

ت- $x \in]-\infty; 1[$ يعني $x < 1$

ث- $x \geq 0$ يعني $x \in [0; +\infty[= \mathbb{R}_+$

أطبق 3

أ- $|x - 3| = 2$ يعني $x - 3 = 2$ أو $x - 3 = -2$ إذن : $x = 2 + 3 = 5$ أو $x = -2 + 3 = 1$

و بالتالي $S_{\mathbb{R}} = \{1; 5\}$

ب- $|x + 2| \leq \frac{1}{2}$ يعني $-\frac{1}{2} \leq x + 2 \leq \frac{1}{2}$ يعني $-\frac{1}{2} - 2 \leq x \leq \frac{1}{2} - 2$ يعني $-\frac{5}{2} \leq x \leq -\frac{3}{2}$

ت- و بالتالي $x \in \left[-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right]$

ث- $|x + 1| \geq 3$ يعني $x + 1 \geq 3$ أو $x + 1 \leq -3$ يعني $x \geq 2$ أو $x \leq -4$ و بالتالي

$x \in]-\infty; -4] \cup [2; +\infty[$ (اتحاد مجالين)





أطبق 4

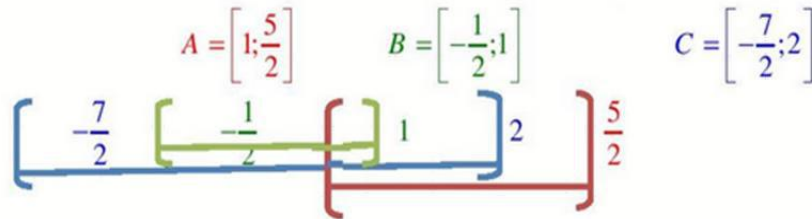
الكتابة الموافقة في صيغة مجال	الكتابة في صيغة مجموعات
$I = [-1; +\infty[$	$I = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -1\}$
$J =]-\infty; \frac{1}{2}]$	$J = \{x \in \mathbb{R} / x < \frac{1}{2}\}$
$K = [\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$	$K = \{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}\}$

أ- التمثيل على نفس المستقيم العددي وتحديد التقاطعات :



ب- $I \cap J = [-1; \frac{1}{2}]$ و $K \cap J = \emptyset$ و $K \cap I = [\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$

أطبق 5



$A \cup B = [-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}]$ و $A \cup C = [-\frac{7}{2}; \frac{5}{2}]$ و $C \cup B = [-\frac{7}{2}; 2] = C$





MATH+

تمارين حول الحصر - القيمة المطلقة - المجالات

التمرين رقم 01 :

x عدد حقيقي بحيث : $4 \leq x \leq 7$ أعط حصر العدد A حيث : $A = x + \frac{1}{x}$

التمرين رقم 02 :

إذا علمت أن : $1 < x < 2$ و $\sqrt{2} < y < 3$ و $-3 \leq z \leq -2$

1 أعط حصر الكل من : $x+z$ و xy و xz و $-2x+5$ و y^2-1

2 استنتج حصر الكل من : $x(y+z)$ و $\frac{y^2-1}{-2x+5}$ و $(x+z)^2$

التمرين رقم 03 :

x عدد حقيقي بحيث : $1,2 < x < 1,5$

1 - أوجد حصر A حيث : $A = 2x - 4$

2- أوجد حصر B حيث : $B = \frac{1}{x} - 1$

3- أوجد حصر C حيث : $C = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2$

التمرين رقم 04 :

L عدد حقيقي حيث : $L = \frac{2-2\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$. أوجد حصر العدد L إذا علمت أن : $2,23 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$

التمرين رقم 05 :

علما أن $1,72 \leq \sqrt{3} \leq 1,73$ و $2,23 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$

أوجد حصر الكل من الأعداد : $\sqrt{3} + \sqrt{5}$; $\sqrt{15}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ و $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

التمرين رقم 06 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A . إذا علمت أن $2,1 \leq AB \leq 2,2$ و $3,1 \leq AC \leq 3,2$. أوجد حصر الطول الوتر

التمرين رقم 07 :

دائرة نصف قطرها r حيث : $2,7 \leq r \leq 2,8$. أوجد حصر لمساحة هذه الدائرة و لتكن S إذا علمت أن : $3,14 \leq \pi \leq 3,15$

التمرين رقم 08 :

a و b و c أعداد حقيقية حيث : $3,05 \leq a \leq 3,1$ و $-5,2 \leq b \leq -5,15$ و $2,1 \leq c \leq 2,2$

أوجد حصر العددين x و y إذا علمت أن : $x = \frac{ac^2}{b^2}$ و $y = \sqrt{x}$





التمرين رقم 09 :

عبر بمجال أو بإتحاد مجالين عن مجموعة الأعداد الحقيقية x التي تحقق الشرط الموضح في كل حالة مما يلي :

① $1 \leq x < 4$; ② $-1 < x < \frac{3}{2}$; ③ $x \geq 2$; ④ $x < 3$; ⑤ $x \geq 5$ أو $x \leq 3$

التمرين رقم 10 :

عبر عن كل مجموعة (مجال أو إتحاد مجالين) مما يلي باستعمال المتباينات :

① $[-4; 0]$; ② $1; \frac{11}{2}$; ③ $-\frac{3}{2}; +\infty$; ④ $]-\infty; \sqrt{3}]$; ⑤ $]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[$; ⑥ $[-1; 3[\cup]3; +\infty[$

التمرين رقم 11 :

عين $I \cap J$ و $I \cup J$ في كل حالة مما يلي :

① $I = [-4; 1]$ و $J = [-1; 3]$; ② $I =]-\infty; 0]$ و $J = [0; 4[$; ③ $I = [5; 12[$ و $J = [12; +\infty[$; ④ $I =]-\infty; 2[$ و $J = \left]2; \frac{13}{2}\right]$; ⑤ $I =]-\infty; -1[\cup [1; +\infty[$ و $J = [-2; 0] \cup [4; 5]$

التمرين رقم 12 :

أوجد مركز كل مجال و نصف قطره ثم عبر عنه باستعمال القيمة المطلقة :

① $[2; 10]$; ② $]5; 8]$; ③ $\left[\frac{11}{4}; \frac{7}{2}\right[$

التمرين رقم 13 :

أنقل و أكمل الجدول التالي :

إذا كانت $x \in \dots\dots\dots$	فإن x تحقق
$x \in \left[2; \frac{13}{2}\right]$	
	$x \geq -4$
	$x \leq 1$ أو $x > 3$
$x \in \mathbb{R}^*$	
	$x \geq 0$
$x \in \mathbb{R}_-$	
	$x < 0$
$x \in \mathbb{R}_+^*$	





التمرين رقم 14 :

ليكن x عدد حقيقي بحيث : $x \in [2;3]$ و لتكن العبارة A بحيث : $A = \frac{2x^2 - 4}{x + 2}$

1 بين أن : $A = 2x - 4 + \frac{4}{x + 2}$

2 استنتج حصرا للعبارة A .

التمرين رقم 15 :

أنقل ثم أكمل الجدول التالي :

I	J	$I \cap J$	$I \cup J$
$]-\infty; 3]$	$3; \frac{25}{3}[$		
$[-4; \frac{1}{2}[$	$\frac{1}{2}; 6]$		
IR_+	IR_-		
IR_+^*	IR_-^*		
IR_+	IR_-^*		

التمرين رقم 16 :

1 / أحسب الأعداد التالية : (أكتبها دون القيمة المطلقة)

$$|4\sqrt{5} - 9| ; \left| \pi - \frac{22}{7} \right| ; |\sqrt{3} - 1|$$

2 / أحسب المجموعة E حيث : $E = -2|\sqrt{5} - 2| + |3 - 2\sqrt{5}| - |\pi - 3| + |\pi + 6|$

التمرين رقم 17 :

مثل على مستقيم مدرج الأعداد الحقيقية x في كل حالة مما يلي :

$$|x - 4| = 3 \quad 1 \quad |x + 3| = 1 \quad 2 \quad |x - 1| = \frac{5}{2} \quad 3$$

التمرين رقم 18 :

مثل على مستقيم مدرج الأعداد الحقيقية x التي تحقق الشرط في كل حالة مما يلي :

$$|x + 3| \leq 5 \quad 1 \quad |2x - 5| \leq 4 \quad 2 \quad |x - 4| \geq 2 \quad 3$$

التمرين رقم 19 :

مثل على مستقيم مدرج الأعداد الحقيقية x التي تحقق الشرط في كل حالة مما يلي :

$$|x - 4| = 3 \quad 1 \quad |-2x + 10| = 4 \quad 2 \quad |x - 1,5| < 3 \quad 4 \quad |x| \leq 2 \quad 3$$





MATH+

فرض مراقبة عدد 5

التمرين الأول :

يُطلب حلّ مسائل من أسئلة هذا التمرين ثلاث اجابات احكاما فقط صحيحة .

① حلّ المعادلة $x^2 = 3$ في $\mathbb{R}$ هو :
(أ) $x = \sqrt{3}$ (ب) $x = -\sqrt{3}$ (ج) $x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$

② $] -\alpha, -\sqrt{2}] \cap] -\pi, \sqrt{2} [=$
(أ) $] -\alpha, \sqrt{2} [$ (ب) $] -\pi, -\sqrt{2} [$ (ج) $] -\alpha, -\pi [$

③ متوازي أضلاع له قطران متعامدان وغير متقايسان هو :
(أ) معين (ب) مستطيل (ج) مربع

أ- كل متوازي أضلاع قطراه متعامدان هو : ☐ مربع ☐ مستطيل ☐ معين

ب- $ABCD$ معين حيث $AB=5cm$ و $AC=8cm$ فقيس مساحته بالـ (cm^2) هو :
☐ 20 ☐ 40 ☐ 24

ج- $1 \leq x^2 \leq 4$ يعني :

☐ $x \in]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$ ☐ $x \in [-2; -1] \cup [1; 2]$ ☐ $x \in [1; 2]$

د- مجموعة حلول المعادلة : $(x-3)^2 = 4$ هي : ☐ $\{1; 5\}$ ☐ $\{5\}$ ☐ $\{-1; 7\}$

التمرين الثاني

① حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

(أ) $1 - \frac{3}{2}x = \frac{x}{2}$ (ب) $|x + \frac{1}{2}| = \sqrt{2}$

② حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

(أ) $\sqrt{3} + 4x \leq x - 2\sqrt{3}$ (ب) $t - \frac{5}{4} > \frac{3t+3}{4}$

③ ليكن $x \in]-\frac{\sqrt{2}}{3}, 1]$ جدّ حصرالـ : $\frac{3x+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$





التمرين الثالث:

نعتبر العبارة A بحيث $A = 4x^2 - 12x + 9$.

(1) أحسب A إذا عمت أن $x = 1$.

(2) أكتب A في صيغة جذاء.

(3) لنكن العبارة B بحيث $B = (2x+1)^2 - 2(2x+5)$.

(أ) بين أن $B = 4x^2 - 9$.

(ب) إستنتج تفكيكا للعبارة B.

(4) بين أن $A + B = 4x(2x - 3)$.

التمرين الرابع:

ABC مثلث متقايس الضلعين قمته A حيث $AB = 5\text{cm}$ و $BC = 6\text{cm}$ و I منتصف [BC].

(1) أنجز الرسم.

(ب) احسب AI.

(2) لنكن النقطة D منازرة A بالنسبة لـ I بين أن ABDC معين.

(3) (أ) ابن النقطة E منازرة I بالنسبة لـ C.

(ب) احسب AE.

(ج) المستقيم (DC) يقطع (AE) في F . بين أن $EF = \sqrt{13} \frac{2}{3}$.





فرض مراقبة عدد 5

التمرين الأول:

(I) نعتبر المجالين التاليين : $I = [-3 ; 0[$ و $J = [-1 ; +\infty[$.

(1) اكتب كلا من I و J في شكل مجموعة .

(2) مثل كلا من I و J على نفس المستقيم العددي.

(3) جد المجموعات التالية : $I \cup J$ و $I \cap J$.

(II) اكتب المجموعات التالية على شكل مجال أو اتحاد مجالين:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq 2\} \quad \text{و} \quad B = \left\{x \in \mathbb{R} / |x| + \frac{1}{3} > 2\right\}$$

التمرين الثاني:

(1) ليكن x و y عددين حقيقيين حيث : $x \in [-3 ; -1]$ و $2 \leq y \leq 5$.

أ- جد حصر الكل من : $x + y$ و $-x$ و $x - y$.

ب- بين أن : $xy \in [-15 ; -2]$.

(2) لنكن العبارة : $C = \frac{3x+4}{x-1}$.

أ- بين أن : $x - 1 \neq 0$.

ب- بين أن : $C = 3 + \frac{7}{x-1}$.

ج- استنتج أن : $-\frac{1}{2} \leq C \leq \frac{5}{4}$.

التمرين الثالث:

أ- حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلات التالية :

$$\frac{1}{2}x + 3 = -x - \frac{1}{3}$$

$$(x+2)^2 + (2x-1)^2 = (x+5)(x+1)$$

$$x^2 - 6|x| + 9 = 0$$

التمرين الرابع:

ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث : $AC = 3cm$ و $AB = 4cm$ و I منتصف $[BC]$.

(1) احسب البعد : BC .

(2) ابن النقطتين E و F حيث E منازرة C بالنسبة إلى A و F منازرة B بالنسبة إلى A .

بين أن الرباعي $EBCF$ معين واحسب مساحته.

(3) لنكن M منازرة A بالنسبة إلى I .

أ- ماهي طبيعة الرباعي $CABM$ ؟ علل جوابك.

ب- استنتج أن : $BE = AM$.

(4) أ- ماهي طبيعة الرباعي $AMBE$ ؟ علل جوابك.

ب- استنتج أن : $(AM) \parallel (CF)$.





فرض مراقبة عدد

تمرين ع 1- حد: (6 نقاط)

نعتبر المجالات التالية: $I = [-\sqrt{2}; 4]$ و $J =]-3; 2]$ و $K =]-\infty; 1[$

- (1) أكتب هذه المجالات في شكل مجموعات.
- (2) مثل هذه المجالات على مستقيم عددي وحدة تدريجه $OI = 1,5cm$ (استعمل ألوان مختلفة)
- (3) أوجد المجموعات التالية: $I \cup J$ و $I \cap K$ و $K \cap IR_+$ و $I \cap IR_-$.
- (4) أكتب المجموعات التالية على شكل مجال أو اتحاد مجالين:

$$A = \{x \in IR / |x+2| \leq 1\}$$
 و $B = \left\{ \begin{array}{l} x \in IR / x \geq 2 \\ |x| \leq 1 \end{array} \right\}$

تمرين ع 2- حد: (6 نقاط)

- (1) ليكن y عدد حقيقي حيث: $y \in]-2, 3[$
 (أ) أوجد حصرا لكل من: $5-y$ و $y-4$.
 (ب) اختصر العبارة التالية: $C = 3 \cdot |y-4| - |5-y|$.
 (ت) استنتج حصرا لـ C .
- (2) نعتبر العبارة M حيث: $M = \frac{-3y+2}{y-4}$
 (أ) بين أن: $M = -3 - \frac{10}{y-4}$.
 (ب) استنتج أن: $M \in \left] \frac{-4}{3}; 7 \right[$

الهندسة: (8 نقاط)

- $ABCD$ شبه منحرف حيث: $AB = 3cm$ و $AD = 4cm$ و $DC = 6cm$
- (1) احسب BD
 - (2) المستقيم المار من A و الموازي لـ (BC) يقطع (DC) في I
 (أ) ما هي طبيعة الرباعي $ABCI$ و احسب مساحته
 (ب) استنتج ان I منتصف $[DC]$.
 - (3) بين ان الرباعي $ABID$ مستطيل.
 - (4) استنتج ان المثلث BCD متقايس الضلعين قمته الرئيسية B .
 - (5) لتكن E منازرة B بالنسبة لـ I . برهن ان الرباعي $BCED$ معين و احسب مساحته





فرض مراقبة عدد 5

تمرين عدد 1: يلي كل سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة، انكرها

لتكن المجموعتين I و J بحيث:

$$(1) \quad I = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x \leq 2\} \quad \text{إذن}$$

$$\square I =]-1, 2]$$

$$\square I =]-1, 2[$$

$$\square I = [-1, 2[$$

$$(2) \quad J = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 1\} \quad \text{إذن}$$

$$\square J =]-\infty, 1]$$

$$\square J =]-\infty, 1[$$

$$\square J = [1, +\infty[$$

$$\square I \cap J = [-1, 2]$$

$$\square I \cap J = [1, 2]$$

$$\square I \cap J =]-1, 1] \quad (3)$$

$$\square I \cup J = [1, +\infty[$$

$$\square I \cup J =]-\infty, 2]$$

$$\square I \cup J =]-1, +\infty[\quad (4)$$

تمرين عدد 2:

نعتبر x عددا حقيقيا ينتمي إلى المجال $\left[\frac{3}{5}, \frac{2}{3}\right]$

أ- بين أن $15x$ ينتمي إلى المجال $[9, 10]$

ب- بين أن $x - \frac{1}{2}$ ينتمي إلى المجال $\left[\frac{1}{10}, \frac{1}{6}\right]$

تمرين عدد 3:

(1) نعتبر العبارة $A = \frac{1}{2}(2x - 1) + x - \frac{7}{2}$ حيث x عدد حقيقي

أ- بين أن $A = 2x - 4$

ب- احسب القيمة العددية للعبارة A في كل من الحالتين التاليتين $x = -1$ و $x = 0$

(2) لتكن العبارة $B = (x - 2)(2x + 2) + x(x - 2)$ حيث x عدد حقيقي

أ- فكك العبارة B إلى جذاء عوامل

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(x - 2)(3x + 2) = 0$

تمرين عدد 4:

(1) ليكن ABC مثلث قائم في A حيث $AB = 4 \text{ cm}$ و $AC = 3 \text{ cm}$ و I منتصف [BC].

(أ) أنجز الرسم (ب) أحسب BC و AI.

(2) لتكن D منظرية A بالنسبة لـ I, بيّن أن ABDC مستطيل

(3) (أ) ابن النقطة E بحيث يكون IAEC متوازي أضلاع

(ب) بيّن أن IAEC معين (ج) استنتج أن (IE) // (AB) (IE)





فرض مراقبة ع5ـ1ـ1

التمرين الأول :

نعتبر العبارة : $A = \frac{x+1}{x+4}$ حيث $x \in]-3, 1[$.

(1) أعط حصرا للعدد $x+4$ ثم استنتج أنه مخالف للصفر .

(2) بيّن أن $A = 1 - \frac{3}{x+4}$

(3) أثبت أن $\frac{3}{5} < \frac{3}{x+4} < 3$

(4) أعط إذن حصرا للعبارة A ثم أحسب مدى هذا الحصر .

التمرين الثاني

لتكن العبارة : $A = x^2 + 6x + 9$ حيث x عدد حقيقي

(1) احسب القيمة العددية للعبارة A في كل حالة من الحالتين التاليتين :

(أ) $x = -3$

(ب) $x = \sqrt{2}$

(2) فكك العبارة A إلى جذاء عوامل .

$$x^2 + 6x + 9 = \dots$$

(3) لتكن العبارة $B = x^2 + 6x + 5$ حيث x عدد حقيقي .

(أ) بين أن $B = A - 4$

$$A - 4 = \dots$$

(ب) أثبت إذن أنّ $B = (x+1)(x+5)$.

(4) حل في IR المعادلة : $x^2 + 6x + 5 = 0$

(5) حل في IR المتراجحة : $-2x + 1 \leq 0$





MATH⁺⁺

فرض مراقبة عدد 5

التمرين الأول: (4 نقاط)

- 1) لتكن A مجموعة حلول للمترابحة التالية: $-6 \leq -x+2 \leq -1$
- 2) لتكن B مجموعة حلول للمترابحة التالية: $-x - \frac{1}{2} > -5$
- 3) مثل على مستقيم عددي المجالين A و B
- 4) أوجد المجموعات التالية: $A \cup B$ و $A \cap B$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

حل في IR مايلي:

$$(1) \quad \frac{-2x+1}{3} - \frac{x-2}{2} \leq 1-x - \frac{x}{2}$$

$$(2) \quad (2x-3)(x-2) + x^2 - 4 = 0$$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

- أب عمره 35 سنة و أبنائه الثلاثة أعمارهم 4 و 7 و 12 سنوات بعد كم سنة يصبح عمر الأب مجموع أعمار أبنائه الثلاثة
- 1) اختيار المجهول
 - 2) كتابة المعادلة
 - 3) حل المعادلة
 - 4) التحقق من النتيجة

التمرين الرابع: (8 نقاط)

نعتبر المثلث ABC القائم في A و O منتصف $[AB]$ حيث: $AC=3$ و $BC=5$

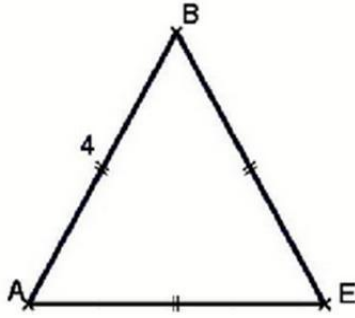
- 1) لتكن D منظرية C بالنسبة لـ O
أ) بين أن الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع
ب) احسب: AB
ج) استنتج مساحة المتوازي الأضلاع $ACBD$
- 2) عين النقطتين M و N على $[BC]$ و $[AD]$ على التوالي حيث: $BM=AN=2$
أ) بين أن الرباعي $AMBN$ متوازي الأضلاع
ب) استنتج أن M و N و O على استقامة واحدة.





التمرين الثالث (وحدة قياس الطول هي الصنتمتر)

في الرسم التالي EAB مثلثا متقايس الأضلاع طول ضلعه 4 .



(1) أ) ابن النقطة H المسقط العمودي لـ B على (AE) ,

ب) أحسب BH

(2) أ) ابن النقطة C مناصرة A بالنسبة إلى النقطة E ثم يبين أنّ المثلث ABC قائم .

ب) أثبت أنّ $BC = 4\sqrt{3}$.

(3) أ) ابن النقطة F مناصرة E بالنسبة إلى المستقيم (BC) .

ب) أثبت أنّ الرباعي BECF معين ثم أحسب مساحته .

(4) أ) عيّن النقطتين I و J منتصفات [AB] و [FC] على التوالي .

ب) أحسب IJ (مطلبا جوابك) .





MATH+

فرض مراقبة 5-1

التمرين الأول:

- (1) حل في IR المعادلات التالية:
 (أ) $x\sqrt{2} + 2 = 0$ (ب) $2(x-3) - 5x = 4(1-x) + 2x + 1$
 (2) حل في IR المتراجعتين التاليتين:
 (أ) $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}$ (ب) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{6} \leq 1$

التمرين الثاني:

- (1) أ- ليكن x عددًا حقيقيًا.
 بيّن أن: $3x^2 + 11x - 4 = (x+4)(3x-1)$
 ب- استنتج، في المجموعة $\mathbb{R}$ ، مجموعة حلول المعادلة التالية: $3x^2 + 11x - 4 = 0$
 (2) أ- ليكن x عددًا حقيقيًا.
 بيّن أن: $x^2 - 14x + 40 = (x-7)^2 - 9$
 ب- استنتج، في المجموعة $\mathbb{R}$ ، مجموعة حلول المعادلة التالية: $x^2 - 14x + 40 = 0$
 (3) أ- ليكن x عددًا حقيقيًا.
 بيّن أن: $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$
 ب- استنتج، في المجموعة $\mathbb{R}$ ، مجموعة حلول كل معادلة من المعادلات التالية:
 $x^2 - x - \frac{1}{2} = 0$; $x^2 - x + 1 = \frac{3}{4}$; $x^2 - x + 1 = 0$

التمرين الثالث

- (1) حل في IR المعادلة و المتراجعة التالية
 $\frac{2x-1}{2} + \frac{x-2}{6} < \frac{x+1}{3}$ و $2(3x-2) = 3(2x+3) - 2x + 1$
 (2) مثل على مستقيم عددي المجالين I و J حيث: $I = [6;7]$ و $J = [2;5]$ حدد $I \cap J$
 (3) أ) أوجد الحصر والمجال لـ $(x-y)$ و $(x+y)$ إذا علمت أن $x \in I$ و $y \in J$
 ب) استنتج حصر لـ $\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$ ثم أحسب مداه

التمرين الرابع:

- (1) لنفترض ABO مثلث متقايس الضلعين في A حيث $AB = 4cm$ و $OA = 2,5cm$
 و C منظرية B بالنسبة لـ O ، بين أن ABO مثلث قائم الزاوية في A ثم أحسب AC
 (2) المستقيم المار من C و الموازي لـ (OA) يقطع المستقيم (AB) في نقطة D بين أن A منتصف $[BD]$
 (3) بين أن المثلث CBD متقايس الضلعين ثم احسب OA
 (4) المستقيم العمودي على (BD) في B يقطع (DC) في F بين أن $C = D * F$ ثم احسب BF
 (5) لتكن E منظرية النقطة C بالنسبة إلى A بين أن الرباعي $EBCD$ معين.





MATH⁺⁺

فرض مراقبة عدد 5

■ التمرين الأول: ضع علامة (x) أمام الإجابة الصحيحة:

1. حلّ المعادلة: $3x - \sqrt{2} = 0$ في:

☐ $\sqrt{2} - 3$ ☐ $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ ☐ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

2. مستطيل بعده بـ $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$ cm و $(3\sqrt{2}) - 2\sqrt{3}$ فإنّ قيس مساحته

بـ cm^2 هو: ☐ 3 ☐ 16 ☐ 6

■ التمرين الثاني: حلّ في IR المعادلات التالية :

(1) $3x - 2 = x + 4$

(2) $(x-3)^2 + 4 = (x+1)^2$

(3) $(x-3)^2 = (2x+1)^2$

(4) $x^2 - 6x + 9 = 0$

(5) $(x+3)(3x-5) + 2x+6=0$

■ التمرين الثالث:

نعتبر العبارة $A = (x-1)^2 - 16$ حيث x عدد حقيقي.

1. أحسب العبارة A في حالة $x=5$

2. أ. فكك إلى جذاء عوامل العبارة A

ب. حل في R المعادلة $A=0$

3. لتكن العبارة $B = x^2 - 5x$

أ. فكك إلى جذاء عوامل العبارة B

ب. بين أن $B-A = 15 - 3x$

ج. إستنتج مجموعة حلول المعادلة: $B-A = 0$





فرض مراقبة عدد 5

تمرين 01

أوجد الإجابة الصحيحة

- (1) لنعتبر المعادلة التالية $\frac{2x}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ يعني $x=1$ أو $\frac{1}{3}x=$ أو $x=3$
 (2) متوازي أضلاع قطراه متقايسان فهو معين مستطيل مربع
 (3) $[-7; 3]$ $[-3; 7]$ $[-7; 7]$ $[-3; 3]$
 (4) $x \in [-2; 1]$ فإن $-2x+1$ تنتمي إلى $[0; 5]$ $[-1; 5]$ $[-5; 1]$
 (5) $|x-1| \leq \sqrt{5}$ يعني مدى الحصول x هو $2-\sqrt{5}$ $2\sqrt{5}$ $\sqrt{5}$

تمرين 02

(1) حل في $\mathbb{R}$

ب- $(2x-1)^2 = 16$

أ- $3x-1 < -2x-1$

(1) قدم مجالات هذه المجموعات

أ- $A = \{x \in \mathbb{R}; |x| \leq 2\} = \dots\dots\dots B = \{x \in \mathbb{R}; x > -3\} = \dots\dots\dots$

ب- أوجد $A \cap B = \dots\dots\dots A \cup B = \dots\dots\dots$

تمرين 03

لنعتبر العبارة التالية $A = \frac{2x-1}{x-3}$ حيث $x \in [1; 2]$

(1) أثبت أن $x-3$ مخالفة للصفر

.....

(2) بين أن $A = 2 + \frac{5}{x-3}$

.....

(3) أوجد مجالا للعبارة A

.....



مرحبا بكم علي منصة مراجعة



COLLEGE.MOURAJAA.COM



NEWS.MOURAJAA.COM

