



الترتيب والمقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية

- I - الترتيب والجمع في IR
- II - الترتيب والضرب في IR
- III - مقارنة مقلوب عددين حقيقيين مخالفين للصفر.

Tous les droits sont réservés

@younesacad

: Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana





الترتيب والمقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية

استخلص

1

قارن ذهنيا العددين في كل حالة من الحالات التالية

أ- $10\sqrt{2}$ و $3\sqrt{2}$ ب- $\frac{\sqrt{13}}{3}$ و $\frac{\sqrt{13}}{4}$ ج- $\frac{2}{5}$ و $\frac{11}{7}$ د- $\frac{3}{2}\sqrt{7}$ و $1.41\sqrt{7}$ هـ- $\frac{7}{6}$ و $\frac{5}{12}$ ز- 3.14 و $\frac{628}{201}$

أ- $10\sqrt{2} > 3\sqrt{2}$ لأن: $10\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2} > 0$

ب- $\frac{\sqrt{13}}{4} < \frac{\sqrt{13}}{3}$ لأن: $\frac{a}{c} < \frac{a}{b}$ يعني $\frac{a}{c}, \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}_+$ و $c > b$

ج- $\frac{2}{5} < \frac{11}{7}$ لأن: $1 < \frac{11}{7}$ و $1 > \frac{2}{5}$

د- $1.41\sqrt{7} < \frac{3}{2}\sqrt{7}$

هـ- $\frac{7}{6} > \frac{5}{12}$

ز- $\frac{628}{201} < 3.14$ لأن: $3.14 = \frac{314}{100} = \frac{628}{200}$

Tous les droits sont réservés.





- أ- أعط ثلاثة أعداد كسرية أكبر من $\frac{3}{11}$.
 ب- جد عددين كسريين أصغر من $\frac{2}{7}$ وأكبر من $\frac{3}{7}$.
 ج- قارن العددين الكسريين $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ بطريقتين مختلفتين.

أ- $\frac{6}{11}$ و $\frac{5}{11}$ و $\frac{4}{11}$

ب- $\frac{3}{7} < \frac{2}{7}$ يعني $\frac{3}{7} > \frac{2}{7}$

$-\frac{3}{7} < -\frac{2}{7}$
 $-\frac{30}{70} < -\frac{27}{70} < -\frac{24}{70} < -\frac{20}{70}$

$-\frac{2}{7} = -\frac{20}{70}$
 $-\frac{3}{7} = -\frac{30}{70}$

ج- 1 ط $\frac{3}{4} - \frac{4}{5} = \frac{15}{20} - \frac{16}{20} = \frac{15-16}{20} = -\frac{1}{20} < 0$

إدنى: $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$
 2 ط $\frac{3}{4} = \frac{15}{20} < \frac{4}{5} = \frac{16}{20}$

3 ط $\frac{3}{4} = 0,75 < \frac{4}{5} = 0,80$
 $\frac{30}{20} \mid \frac{4}{20} \quad \frac{40}{20} \mid \frac{5}{20}$
 $28 \mid 0,75 \quad 40 \mid 0,8$

Tous les droits sont réservés.





(أ) رتب تصاعدياً الأعداد التالية :

$$\frac{11}{3}, \frac{-15}{2}, \frac{-5}{3}, \frac{4}{9}, \frac{3}{17}, \frac{-1}{2}$$

(ب) أي من الأعداد السابقة يمكن أن يعوض المثلث في كل حالة من الحالات التالية :

$$\frac{-7}{3} < \Delta < \frac{3}{17}, \quad \Delta < \frac{-7}{3}, \quad \frac{3}{2} < \Delta$$

$$-\frac{15}{2} < -\frac{5}{3} < -\frac{1}{2} < \frac{3}{17} < \frac{4}{9} < \frac{11}{3} \quad (أ)$$

$$\frac{4}{9} = \frac{12}{27} > \frac{3}{17} = \frac{12}{68}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{-7}{3} < \Delta < \frac{3}{17} & , & \Delta < \frac{-7}{3} & , & \frac{3}{2} < \Delta & (ب) \\ \swarrow & & \swarrow & & \swarrow \\ -\frac{1}{2} & & -\frac{15}{2} & & \frac{11}{3} \end{array}$$

Tous les droits sont réservés.





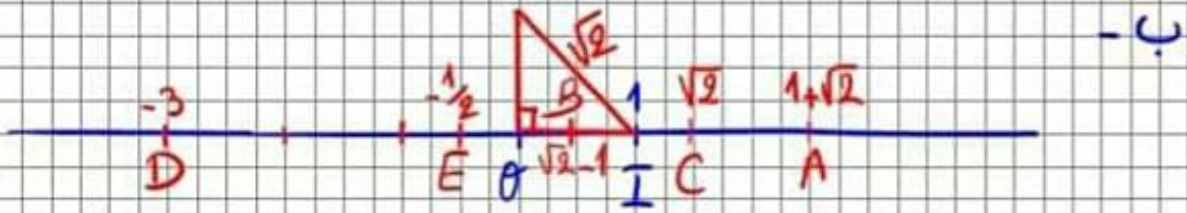
استكشف:

نشاط 1 أ- رتب تنازليا الأعداد الحقيقية التالية: $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}+1$, $\sqrt{2}-1$, -3 , $-\frac{1}{2}$

ب- عين على مستقيم مدرج النقاط

$$A(1+\sqrt{2}), B(\sqrt{2}-1), C(\sqrt{2}), D(-3), E\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\sqrt{2}+1 > \sqrt{2} > \sqrt{2}-1 > -\frac{1}{2} > -3$$



نشاط 2 قارن العددين في كل حالة من الحالات التالية:

أ- $9-\sqrt{5}$ و $5-\sqrt{5}$ ب- $\frac{1}{2}+3\sqrt{11}$ و $2\sqrt{11}+\frac{1}{4}$

ج- $\sqrt{2}-2$ و $1+\sqrt{2}$ د- $1-3\sqrt{7}$ و $-\frac{2}{3}-4\sqrt{7}$

أ- $9 > 5$ إذن: $9-\sqrt{5} > 5-\sqrt{5}$

ب- $\left(\frac{1}{2}+3\sqrt{11}\right) - \left(2\sqrt{11}+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} + 3\sqrt{11} - 2\sqrt{11} - \frac{1}{4}$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \sqrt{11}$$

$$= \frac{2}{4} - \frac{1}{4} + \sqrt{11}$$

$$\left(\frac{1}{2}+3\sqrt{11}\right) - \left(2\sqrt{11}+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \sqrt{11} > 0$$

إذن: $2\sqrt{11} + \frac{1}{4} < \frac{1}{2} + 3\sqrt{11}$

Tous les droits sont réservés.





ج- $1 + \sqrt{2}$ و $\sqrt{2} - 2$ د- $1 - 3\sqrt{7}$ و $-\frac{2}{3} - 4\sqrt{7}$

ج- $1 < -2$ إذن $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} - 2$

د- $(-\frac{2}{3} - 4\sqrt{7}) - (1 - 3\sqrt{7}) = -\frac{2}{3} - 4\sqrt{7} - 1 + 3\sqrt{7}$

$= -\frac{2}{3} - 1 - 4\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$

$= -\frac{2}{3} - \frac{3}{3} - \sqrt{7}$

$(-\frac{2}{3} - 4\sqrt{7}) - (1 - 3\sqrt{7}) = -(\frac{5}{3} + \sqrt{7}) < 0$

بإدنى : $-\frac{2}{3} - 4\sqrt{7} < 1 - 3\sqrt{7}$

ليكن a و b عددين حقيقيين

$a \leq b$ يعني $a - b \leq 0$

$a \geq b$ يعني $a - b \geq 0$

اطبق :

قارن العددين الحقيقيين a و b في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $a = -\frac{\sqrt{2}}{5}$ و $b = -\frac{\sqrt{2}}{3}$

ب- $a = 2\sqrt{3} + \frac{7}{4}$ و $b = 2\sqrt{3} + \frac{9}{5}$

ج- $a = 8\sqrt{5} + 1$ و $b = \frac{-1}{5} + 7\sqrt{5}$

أ- $a - b = -\frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{2}}{3} = -\frac{3\sqrt{2}}{15} + \frac{5\sqrt{2}}{15} = \frac{-3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{15} = \frac{2\sqrt{2}}{15} > 0$
إذن : $a > b$

Tous les droits sont réservés.





ب- $a = 2\sqrt{3} + \frac{1}{4}$ و $b = 2\sqrt{3} + \frac{9}{5}$

$$\frac{7}{4} + 2\sqrt{3} < \frac{9}{5} + 2\sqrt{3} \text{ إذن } \frac{7}{4} = \frac{35}{20} < \frac{9}{5} = \frac{36}{20}$$

يعني $a < b$

ج- $a = 8\sqrt{5} + 1$ و $b = -\frac{1}{5} + 7\sqrt{5}$

$$a - b = 8\sqrt{5} + 1 - \left(-\frac{1}{5} + 7\sqrt{5}\right) \\ = 8\sqrt{5} + 1 + \frac{1}{5} - 7\sqrt{5}$$

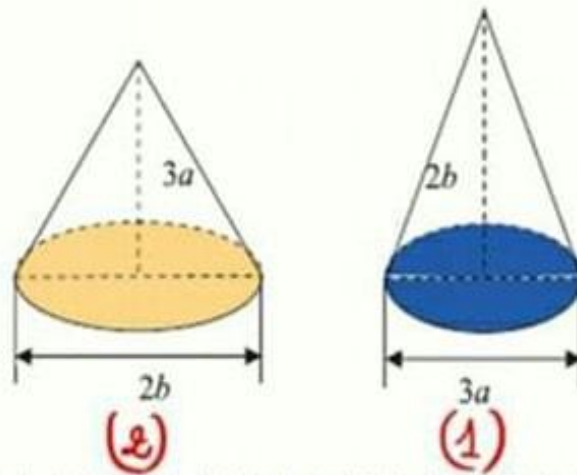
$a > b$ إذن $a - b = \sqrt{5} + \frac{6}{5} > 0$

نعتبر المخروطين التاليين حيث $a > b$. قارن حجميهما

2

المخروط الدائري هو مجسم
قاعدته قرص دائري وارتفاعه
يمثل بعد رأسه عن مركز
قاعدته

حجمه $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ حيث h
الارتفاع و r شعاع القاعدة.



$$V_1 = \frac{\pi \left(\frac{3}{2}a\right)^2 2b}{3} = \frac{\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 a^2 \times 2b}{3} = \frac{\pi \frac{9}{4} a^2 \times 2b}{3} = \frac{\pi \frac{9}{2} a^2 b}{3}$$

$$V_2 = \frac{\pi \left(\frac{2b}{2}\right)^2 \times 3a}{3} = \pi b^2 a$$

$$V_1 = \pi \cdot \frac{3}{2} a^2 b$$

Tous les droits sont réservés.





$$\text{ب- } a = 2\sqrt{3} + \frac{7}{4} \text{ و } b = 2\sqrt{3} + \frac{9}{5}$$

$$\frac{7}{4} + 2\sqrt{3} < \frac{9}{5} + 2\sqrt{3} \text{ إذن } \frac{7}{4} = \frac{35}{20} < \frac{9}{5} = \frac{36}{20}$$

$$\text{ينجى: } a < b$$

$$\text{ج- } a = 8\sqrt{5} + 1 \text{ و } b = -\frac{1}{5} + 7\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} a - b &= 8\sqrt{5} + 1 - \left(-\frac{1}{5} + 7\sqrt{5}\right) \\ &= 8\sqrt{5} + 1 + \frac{1}{5} - 7\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$a - b = \sqrt{5} + \frac{6}{5} > 0 \text{ إذن } a > b$$





$$\frac{\sqrt{3}}{5}b = \frac{11}{7}a \text{ حيث } a \text{ و } b \text{ عدنان حقيقيان حيث}$$

قارن العبارتين في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $\frac{\sqrt{3}}{5}b + 9$ و $\frac{11}{7}a + 9$ ب- $\frac{\sqrt{3}}{5}b + \frac{\sqrt{2}}{5}$ و $\frac{11}{7}a + \sqrt{2}$

ج- $\frac{\sqrt{3}}{5}b - \frac{2}{3}$ و $\frac{11}{7}a - \frac{5}{2}$ د- $-2\sqrt{3}b$ و $-\frac{110}{7}a$

أ- $\frac{\sqrt{3}}{5}b = \frac{11}{7}a$ إذن $\frac{\sqrt{3}}{5}b + 9 = \frac{11}{7}a + 9$

ب- $\frac{\sqrt{2}}{5} > \sqrt{2}$ إذن $\frac{\sqrt{3}}{5}b + \frac{\sqrt{2}}{5} > \frac{11}{7}a + \sqrt{2}$

ج- $-\frac{2}{3} > -\frac{5}{2}$ إذن $\frac{\sqrt{3}}{5}b + (-\frac{2}{3}) > \frac{11}{7}a + (-\frac{5}{2})$

د- $\frac{\sqrt{3}}{5}b - \frac{2}{3} > \frac{11}{7}a - \frac{5}{2}$ إذن

د- $-2\sqrt{3}b - (-\frac{110}{7}a) = -2\sqrt{3}b + \frac{110}{7}a$

$$= -2(\sqrt{3}b - \frac{55}{7}a)$$

$$= -2 \times 0$$

$$= 0$$

$\frac{\sqrt{3}}{5}b = \frac{11}{7}a$ يعني $\sqrt{3}b = \frac{55}{7}a$

$\sqrt{3}b - \frac{55}{7}a = 0$ يعني

إذن $-2\sqrt{3}b = -\frac{110}{7}a$

بما أن $\frac{\sqrt{3}}{5}b = \frac{11}{7}a$ إذن $-2\sqrt{3}b = -10 \times \frac{\sqrt{3}}{5}b$

فإن $-10 \times \frac{\sqrt{3}}{5}b = -10 \times \frac{11}{7}a$

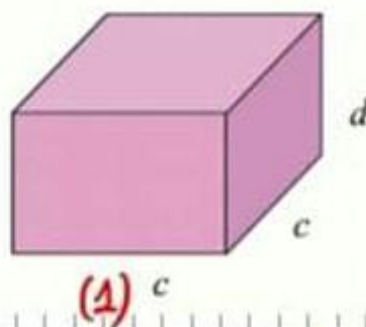
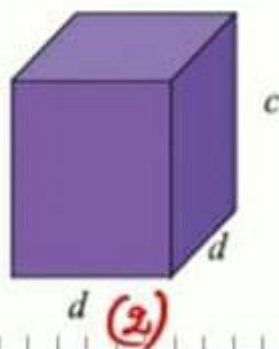
أي أن $-2\sqrt{3}b = -\frac{110}{7}a$

Tous les droits sont réservés.





نعتبر متوازي المستطيلات التاليين حيث $c > d$. قارن حجميهما.



$$V_1 - V_2 = c^2 d - d^2 c = cd(c - d) > 0$$

$$\begin{cases} V_1 = c^2 d & (1) \\ V_2 = d^2 c & (2) \end{cases}$$

بما أن $V_1 > V_2$

5 أ- قارن العددين x و y إذا علمت أن $x - y = \pi - \frac{\sqrt{2}}{2}$

ب- قارن العددين $(3\sqrt{2} - 1)x$ و y إذا علمت أن $x > y$

أ- $x - y = \pi - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$ إذن $x > y$

ب- $x > y$: إذن $cx > cy$ حيث $c > 0$

$x > y$: إذن $cx < cy$ حيث $c < 0$

لنا: $x > y$ و $1 > 3\sqrt{2} - 1$ إذن $(3\sqrt{2} - 1)x > (3\sqrt{2} - 1)y > y$

Tous les droits sont réservés.





1. الترتيب والجمع في IR

نشاط 3

نعتبر a و b عددين حقيقيين حيث $a \geq b$
قارن العبارتين في كل حالة من الحالات التالية

أ- $a + \frac{7}{6}$ و $b + \frac{7}{6}$

ب- قارن العبارتين $a - \pi$ و $b - \pi$

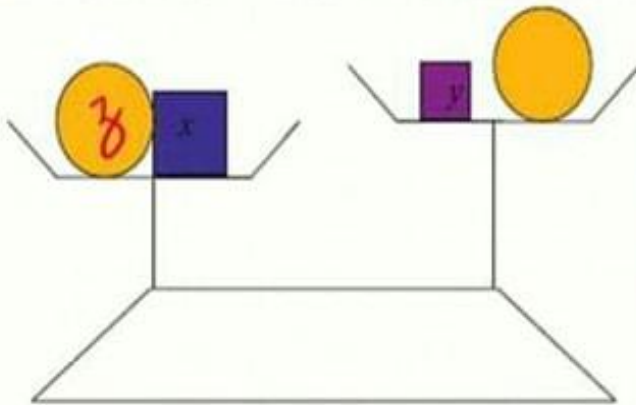
ج- قارن العبارتين : $a + \frac{3}{4} - \sqrt{3}$ و $b + \frac{3}{4} - \sqrt{3}$

د- ماذا تستنتج ؟

أ- لنا : $a \geq b$ إذن : $a + \frac{7}{6} \geq b + \frac{7}{6}$

ب- لنا : $a \geq b$ إذن : $a - \pi \geq b - \pi$

د- $a \geq b$ إذن $a + c \geq b + c$



لنكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية

$x \geq y$ يعني $z + x \geq z + y$

Tous les droits sont réservés.





اطبق :

- 1 - ا- قارن العددين $\sqrt{11} + \frac{11}{3}$ و $\frac{7}{5} + \sqrt{11}$
 ب - قارن بطريقتين مختلفتين العددين التاليين :
 $0.13 + \pi - 1 + \sqrt{2}$ و $\sqrt{2} + \pi - 1 + 0.12$
 ج - قارن العددين a و b إذا علمت أن :
 $\sqrt{131} + b - \frac{\sqrt{3}}{2} < a - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{131}$

ا- $\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3} \quad \frac{11}{3} > \frac{7}{5}$
 إذن $\sqrt{11} + \frac{11}{3} > \frac{7}{5} + \sqrt{11}$

ب - 1 : $0.13 > 0.12$
 إذن : $0.13 + \pi - 1 + \sqrt{2} > \sqrt{2} + \pi - 1 + 0.12$

ط 2 : باستعمال الفرق

ج - $\sqrt{131} + b - \frac{\sqrt{3}}{2} < a - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{131}$
 إذن : $-\sqrt{131} + \sqrt{131} + b - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} < a - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{131} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{131}$
 $b < a$ ومنه :

- 2 - قارن العددين x و y في الحالتين التاليتين إذا علمت أن $t < z$
 ا- $x = \frac{1}{2} + 2.14 + z$ و $y = 2.14 + \frac{1}{2} + t$
 ب- $x = 2z + \frac{\sqrt{3}}{4} - 10^{-4}$ و $y = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{-10000} + 2t$

1 - $\frac{1}{2} + 2.14 + t < \frac{1}{2} + 2.14 + z$ إذن : $t < z$
 ومنه : $y < x$

Tous les droits sont réservés.





ب- $2t < 2z$ إذن $(2 > 0)$

$$2t + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{-10000} < 2z + \frac{\sqrt{3}}{4} - 10^{-4}$$

ومنه: $y < x$

a و b عدنان حقيقيان حيث $a > b$

3

(1) - بين أن $\frac{1}{-1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

ب- قارن العبارتين $b + 2\sqrt{2}$ و $a + \frac{1}{-1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}}$

(2) - اختصر العبارة التالية إلى أقصى حد $c = -3\sqrt{20} + \sqrt{45}$

ب- قارن العبارتين $b - 3\sqrt{5}$ و $a - 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{-1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \frac{1 \times (\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + \frac{1 \times (\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \\ &= \frac{1 \times (\sqrt{2}+1)}{2-1} + \frac{1 \times (\sqrt{2}-1)}{2-1} \\ &= \sqrt{2}+1 + \sqrt{2}-1 \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{-1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

ب- لنا: $a > b$ إذن: $a + \frac{1}{-1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} > b + 2\sqrt{2}$

(2) - $c = -3\sqrt{20} + \sqrt{45} = -3\sqrt{4}\sqrt{5} + \sqrt{9}\sqrt{5} = -6\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$
 $c = -3\sqrt{5}$

Tous les droits sont réservés.





ب- قارن العبارتين $a - 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$ و $b - 3\sqrt{5}$

لنا : $a > b$ إذن $a + c > b + c$
ومنه $a - 3\sqrt{20} + \sqrt{45} > b - 3\sqrt{5}$

نشاط 5 نعلم ان $\pi < \frac{22}{7}$

استنتج مقارنة العددين في كل حالة من الحالات التالية :

أ- $\pi + \frac{5}{2}$ و $\frac{22}{7} + \frac{13}{2}$ ب- $\pi + \frac{2\sqrt{2}}{5}$ و $\sqrt{2} + \frac{22}{7}$
ج- $\pi - \frac{3}{2}$ و $\frac{22}{7} - \frac{7}{11}$ د- $\pi - \sqrt{7}$ و $\frac{22}{7} - \sqrt{3}$

أ- لنا : $\pi < \frac{22}{7}$ إذن : $\pi + \frac{5}{2} < \frac{22}{7} + \frac{13}{2}$
 $\frac{5}{2} < \frac{13}{2}$

ج- لنا : $\pi < \frac{22}{7}$ إذن : $\pi - \frac{3}{2} < \frac{22}{7} - \frac{7}{11}$
 $-\frac{3}{2} < -\frac{7}{11}$

لتكن x و y و z و t أربعة أعداد حقيقية إذا كان $(x \leq y$ و $z \leq t)$
فإن $(x + z \leq y + t)$

Tous les droits sont réservés.





اطلب :

1

أ- $a > b$ و b عدنان حقيقتان حيث

قارن $1 + \pi$ و $\frac{29}{7}$ ثم استنتج مقارنة العبارتين $b + 1 + \pi$ و $a + \frac{29}{7}$

ب- قارن $2 - \sqrt{3}$ و $\frac{21}{10} - \sqrt{3}$ ثم استنتج مقارنة العبارتين $b + 2 - \sqrt{3}$ و $a + \frac{21}{10} - \sqrt{3}$

ج- قارن العبارتين $b + 2\sqrt{7} + \frac{15}{4}$ و $a + 2\sqrt{7} + 5$

أ- لنا : $\pi < \frac{29}{7}$ إذن : $1 + \pi < 1 + \frac{29}{7}$ ومنه : $1 + \pi < \frac{29}{7}$
ملاحظة (معطى)

ومنه : $a + \frac{29}{7} > b + 1 + \pi$ $\left\{ \begin{array}{l} a > b \\ \frac{29}{7} > 1 + \pi \end{array} \right.$

ب- $2 < \frac{21}{10}$ إذن : $2 - \sqrt{3} < \frac{21}{10} - \sqrt{3}$

ومنه : $b + 2 - \sqrt{3} < a + \frac{21}{10} - \sqrt{3}$ $\left\{ \begin{array}{l} 2 - \sqrt{3} < \frac{21}{10} - \sqrt{3} \\ b < a \end{array} \right.$

ج- $\frac{15}{4} < 5$ ومنه : $\frac{15}{4} + b < 5 + a$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{15}{4} < 5 \\ b < a \end{array} \right.$
إذن : $\frac{15}{4} + b + 2\sqrt{7} < 5 + a + 2\sqrt{7}$

Tous les droits sont réservés.





انقل الجدول التالي ثم ضع علامة (*) في المكان المناسب

خطأ	صحيح
	*
*	
	*
*	

$$\begin{cases} \sqrt{7} > \sqrt{5} \\ 7 < 11 \end{cases} \text{ ومنه: } 7 - \sqrt{7} < -\sqrt{5} + 11$$

$$-\left(-\frac{1}{842} - 1\right) = -\left(-\frac{1}{842} - \frac{842}{842}\right) = -\left(-\frac{843}{842}\right) = \frac{843}{842} *$$

$$\begin{aligned} \left[-2 - \left(-\frac{1}{842} - 1\right)\right] - \left(1 + \frac{1}{907}\right) &= -2 + \frac{843}{842} + 1 - \frac{1}{907} \\ &= -1 + \frac{843}{842} - \frac{1}{907} \\ &= -1 + \frac{763759}{842 \times 907} \\ &= -1 + 1,00008 > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x > y \\ \sqrt{2} > 1 \end{cases} \text{ ومنه: } x + \sqrt{2} > y + 1 *$$

$$\begin{cases} a < b \\ -\frac{3}{5} < -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ ومنه: } a - \frac{3}{5} < b - \frac{1}{2} *$$

Tous les droits sont réservés.



مرحبا بكم علي منصة مراجعة



COLLEGE.MOURAJAA.COM



NEWS.MOURAJAA.COM

