موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

حساب البعد DN ؟

DNC مثلث قائم في C اذن حسب نظرية بيتاغور فإن

$DN^2 = CN^2 + CD^2$

$= 2^2 + 6^2$

$= 40$ ⟵ $DN = 2\sqrt{10}$

ب- بيّن أنّ المثلث MND قائم الزاوية

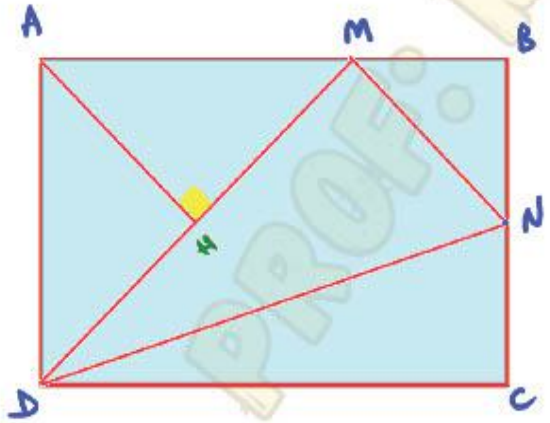
في المثلث MDN :

بما أن :
$MN^2 = 8$
$MD^2 = 32$
$DN^2 = 40$

فإن $DN^2 = MD^2 + MN^2$

$40 = 32 + 8$ ⟵ اذن حسب عكس نظرية بيتاغور فإن المثلث MDN قائم الزاوية في M

2) لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (MD)



لدينا AMD مثلث قائم في A

و [AH] ارتفاعه الصادر من A

إذن : $AH \times DM = AM \times AD$

$AH = \frac{AM \times AD}{DM}$

$= \frac{4 \times 4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$

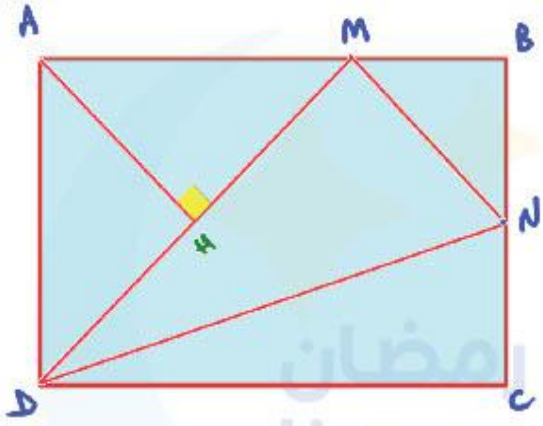
$= \frac{4\sqrt{2}}{2}$

$AH = 2\sqrt{2}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات



طبعا :

AMD قائم ومتقايس الضلعين في A

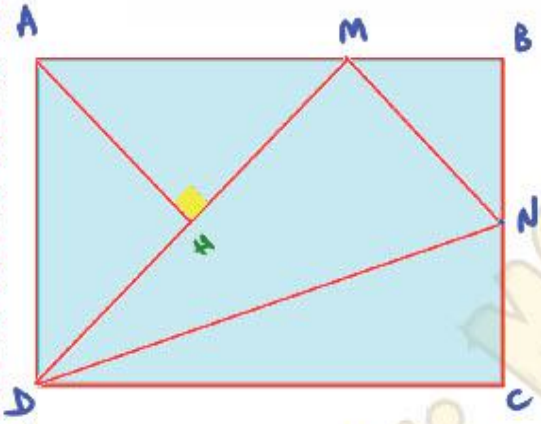
[AH] الارتفاع الصادر من A على [MD]

حيث $(AH) \cap (MD) = \{H\}$ اذن H

منتصف [MD] وهذا يعني

$AH = HD = HM = \frac{MD}{2}$ ⟵ $AH = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

ب- بيّن أنّ $(NM) // (AH)$

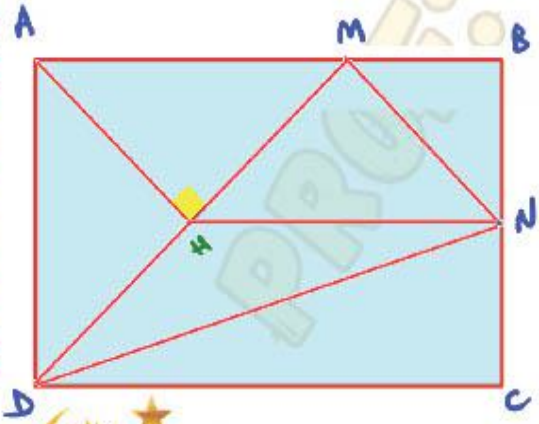


1 $(MN) \perp (MD)$ (MND قائم في M)

2 $(AH) \perp (MD)$ (H المسقط العمودي لـ A على (MD))

اذن حسب 1 و 2 نستنتج أن :

$(AH) // (MN)$



ج- استنتج أنّ $AMNH$ متوازي أضلاع

في الرباعية AMNH لدينا :

(1) $(AH) // (MN)$

(2) $AH = MN = 2\sqrt{2}$

نستنتج من (1) و (2) أن الرباعية AMNH متوازي أضلاع

استنتج HN : AMNH متوازي أضلاع اذن $HN = AM = 4$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

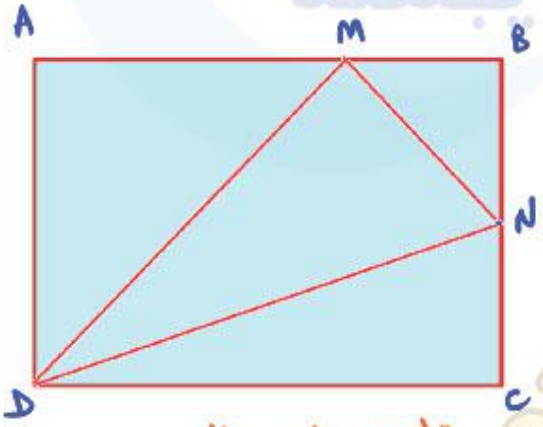
مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

Mohamed HM — Borj Cedria — Hammam Chatt

تمرين عـ 01 ـدد

نعتبر مستطيلا $ABCD$ حيث $AB=6cm$ و $AD=4cm$ و M نقطة من $[AB]$ حيث $AM=4cm$ و N منتصف $[BC]$

1) أ- احسب الأبعاد MN و MD و DN



حساب البعد MN ؟

$M \in [AB]$: إذن $MB = AB - AM$

$= 6 - 4$ ⇝ $MB = 2$

N منتصف $[BC]$ إذن :

$BN = \frac{1}{2} BC$ ⇝ $BN = 2$

لنا MBN مثلث قائم في B إذن حسب نظرية بيتاغور فإن :

$MN^2 = BM^2 + BN^2$

$= 2^2 + 2^2$

$MN^2 = 8$ ⇝ $MN = 2\sqrt{2}$

حساب MD ؟

لنا ADM مثلث قائم في A إذن حسب نظرية بيتاغور فإن

$MD^2 = AD^2 + AM^2$

$= 4^2 + 4^2$

$MD^2 = 32$

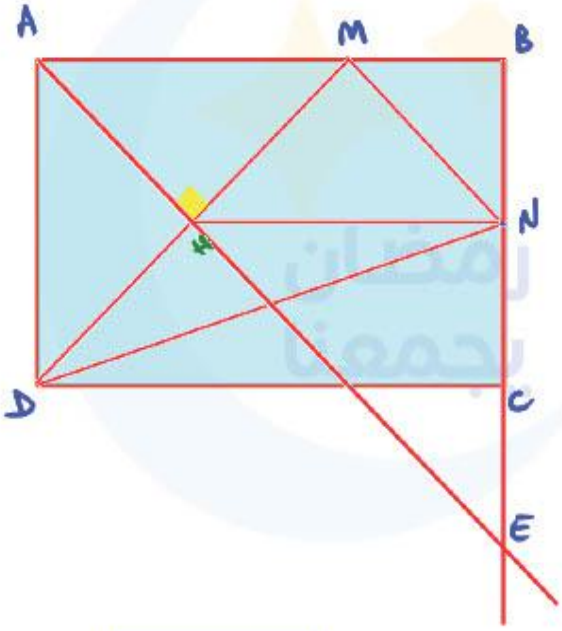
⇝ $MD = 4\sqrt{2}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

3) المستقيم (AH) يقطع المستقيم (BC) في النقطة E



أ- بيّن أنّ $\frac{MN}{AE}=\frac{1}{3}$

لنا في المثلث : $M\in(AB)$ و $N\in(BE)$

بحيث $(MN)\parallel(AE)$ $(AH)\parallel(MN)$ و $E\in(AH)$

اذن حسب نظرية طالس فإن

$$\frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BE}=\frac{MN}{AE}$$

وحسب فإن :

$$\frac{MN}{AE}=\frac{BM}{BA}$$

وبالتالي فإن $=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$$\frac{MN}{AE}=\frac{1}{3}$$

ب- استنتج البعد AE

لنا $\frac{MN}{AE}=\frac{1}{3}$ يعني $AE=3\times MN$

$=3\times 2\sqrt{2}$

$$AE=6\sqrt{2}$$

ج) احسب HE :

لنا $H\in[AE]$ اذن $HE=AE-AH$

$=6\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$$EH=4\sqrt{2}$$

د) استنتج قيس مساحة الرباعي $HMNE$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

نحسب s قيس مساحة شبه منحرف HMNE :

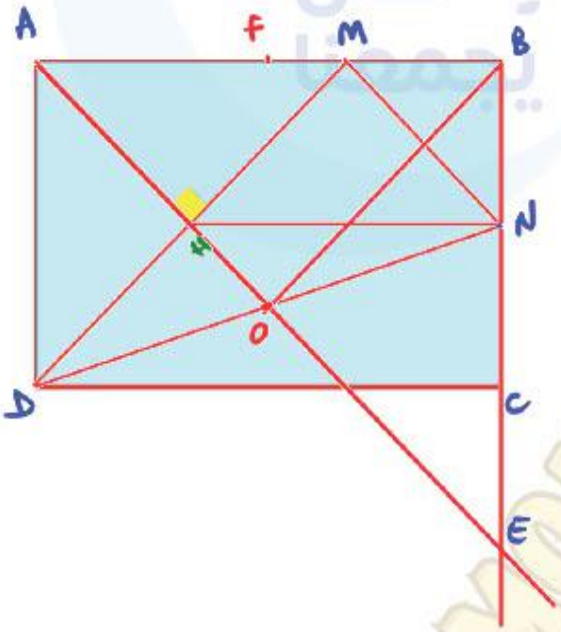
$$S = \frac{(MN + HE) \times HM}{2}$$

$$= \frac{(2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \times 6\sqrt{2}}{2}$$

$$\hookrightarrow S = 18$$

4) لتكن O منتصف $[AE]$ و F منتصف $[AB]$

أ- بيّن أنّ $BO = 3\sqrt{2}$



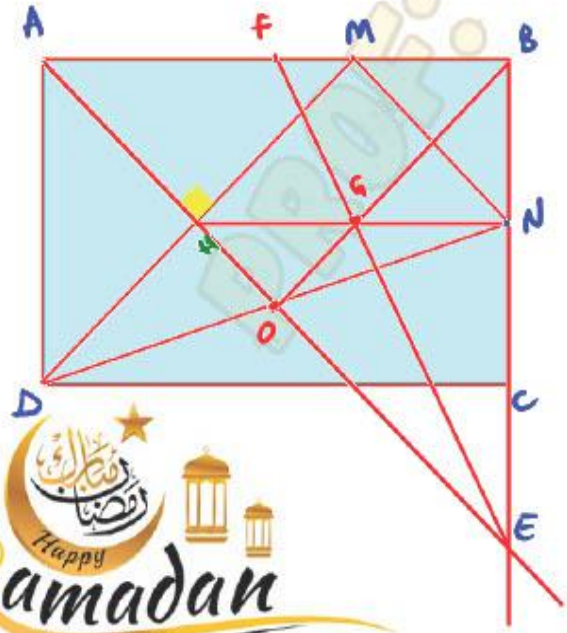
لنا ABE مثلث قائم في B

و O منتصف وتر (AE)

إذن $OB = OA = OE = \frac{1}{2}AE$

$OB = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2}$ $\hookrightarrow$ $OB = 3\sqrt{2}$

ب- المستقيم (EF) يقطع (BO) في G . ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABE ؟



في المثلث ABE لنا:

O منتصف [AE] إذن [BO] الوسط

الصادر من B على [AE]

F منتصف [AB] إذن [EF] الوسط

الصادر من E على [AB]

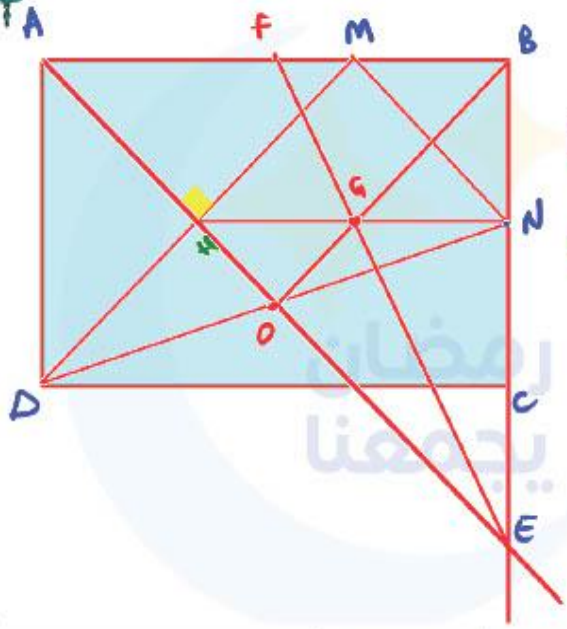
$\hookrightarrow (BO) \cap (EF) = \{G\}$

وبالتالي فإن G هي مركز ثقل المثلث ABE

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات



ج- استنتج البعد BG

لنا G مركز ثقل المثلث ABE و [BO]

الموسط الصادر من B على [AE] اذن

$BG = \frac{2}{3} OB$

$= \frac{2}{3} \times 3\sqrt{2}$

$BG = 2\sqrt{2}$

5) بيّن أنّ النقاط D و M و N و C تنتمي إلى نفس الدائرة. حدد قطرها .

لنا DNC مثلث قائم في C يحيط النقاط D و N و C تنتمي إلى [DN]

لنا DMN مثلث قائم في M يحيط النقاط D و M و N تنتمي إلى [DN]

اذن D و M و N و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي قطرها [DN]

PROF: MOHAMED HM
20 234 403
رمضان يجمعنا
رمضان كريم
Ramadan Kareem
Happy Ramadan

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

تمرين عـ 02 ـدد

نعتبر العددين الحقيقيين : $a=\frac{(\sqrt{6}+1)^2-5}{2}$ و $b=(\sqrt{3}-1)^2-(2-3\sqrt{3})$

1) بيّن أنّ : $a=1+\sqrt{6}$ و $b=2+\sqrt{3}$

$b = 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 2 + 3\sqrt{3}$

$b = 2 + \sqrt{3}$

$a = \frac{6 + 2\sqrt{6} + 1 - 5}{2}$

$= \frac{2 + 2\sqrt{6}}{2}$

$= \frac{2(1+\sqrt{6})}{2}$

$a = 1 + \sqrt{6}$

2) احسب a^2 و b^2

$a^2 = (1+\sqrt{6})^2$

$= 1 + 2\sqrt{6} + 6$

$a^2 = 7 + 2\sqrt{6}$

$b^2 = (2+\sqrt{3})^2$

$= 4 + 4\sqrt{3} + 3$

$b^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

3) أ- قارن $2\sqrt{6}$ و $4\sqrt{3}$

$(2\sqrt{6})^2 = 24$

$(4\sqrt{3})^2 = 48$

$4\sqrt{3} > 0$ و $2\sqrt{6} > 0$

ادن: $4\sqrt{3} > 2\sqrt{6}$

ب- استنتج مقارنة لـ a و b

لنا $2\sqrt{6} < 4\sqrt{3}$

ادن: $2\sqrt{6} + 7 < 4\sqrt{3} + 7$

يعني $a^2 < b^2$; $a>0$ و $b>0$

إذن $a < b$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

تمرين عـ 03 ـدد

لتكن العبارة $A = x^2 - 6x + 8$ حيث $x \in \mathbb{R}$

1) احسب القيمة العدديّة للعبارة A في حالة $x = \sqrt{3}$

من أجل $x = \sqrt{3}$ فإن

$A = (\sqrt{3})^2 - 6\sqrt{3} + 8$

$= 3 + 8 - 6\sqrt{3}$

$A = 11 - 6\sqrt{3}$

2) أ- بيّن أنّ $A = (x-3)^2 - 1$

$(x-3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 9 - 1$

$= x^2 - 6x + 8$

$(x-3)^2 - 1 = A$

ب- استنتج أنّ $A = (x-2)(x-4)$.

$A = (x-3)^2 - 1^2$

$= (x - 3 - 1)(x - 3 + 1)$

$A = (x-4)(x-2)$

ج- أوجد العدد الحقيقي x بحيث $A = 0$.

$A = 0$ يعني :

$(x-4)(x-2) = 0$

يعني $x - 4 = 0$ أو $x - 2 = 0$

أي $x = 4$ أو $x = 2$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

ج- استنتج أنّ $a^2 < ab < b^2$

لنا : $a < b$ و $b \in \mathbb{R}_+^*$

$a \times b < b \times b \Leftarrow$ (1) $ab < b^2$

لنا $a < b$ و $a \in \mathbb{R}_+^*$

$a \times a < b \times a \Leftarrow$ (2) $a^2 < ab$

حسب (1) و (2)

$$a^2 < ab < b^2$$

4) ليكن العدد $c = 2 - \sqrt{3}$

أ- بيّن أنّ b مقلوب c ثمّ حدّد علامة العدد c .

$b \times c = (2+\sqrt{3}) \times (2-\sqrt{3})$

$= 2^2 - \sqrt{3}^2$

$= 4 - 3 \rightsquigarrow b \times c = 1$

إذن b مقلوب c

لنا $b \times c = 1$ يعني $bc > 0$ و بما أنّ $b > 0$

فإن $c > 0$

$bc = 1 \rightarrow c = \frac{1}{b}$

ب- استنتج أنّ $2 - \sqrt{3} < \frac{\sqrt{6}-1}{5}$

لنا $a < b$ يعني $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

يعني $c < \frac{1}{a}$ يعني $2 - \sqrt{3} < \frac{1}{1+\sqrt{6}}$

$2 - \sqrt{3} < \frac{1-\sqrt{6}}{1^2-\sqrt{6}^2} \rightarrow 2 - \sqrt{3} < \frac{\sqrt{6}-1}{5}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

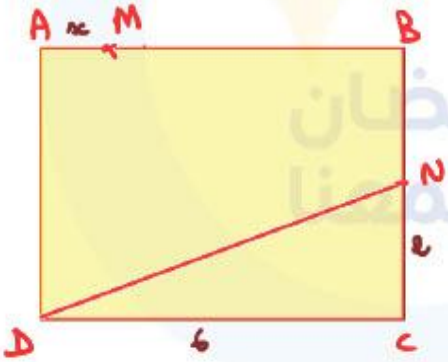
موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

3) وحدة قيس الطّول هي الصّم

ليكن $ABCD$ مستطيلا حيث $AB = 6$ و $BC = 4$ و N منتصف $[BC]$
و M نقطة من $[AB]$ حيث $AM = x$ و x عدد حقيقي موجب .

أ- بيّن أنّ $DN = 2\sqrt{10}$



DNC قائم في C (ABCD مستطيل و $N \in [BC]$)

إذن حسب نظرية بيتاغور

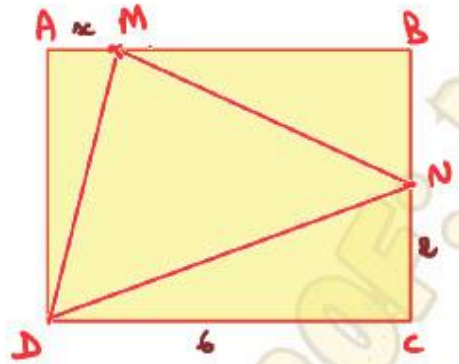
$DN^2 = CN^2 + DC^2$

$= 4 + 36$

$= 40 \rightarrow DN = \sqrt{40}$

$\Rightarrow$ $DN = 2\sqrt{10}$

ب- بيّن أنّ $MD^2 + MN^2 = 2x^2 - 12x + 56$



AMD قائم في A (ABCD مستطيل و $M \in [AB]$)

إذن حسب نظرية بيتاغور

$MD^2 = AM^2 + AD^2$

$MD^2 = x^2 + 16$

MBN قائم في B (ABCD مستطيل و $M \in [AB]$ و $N \in [BC]$)

إذن حسب نظرية بيتاغور

$MN^2 = BM^2 + BN^2$

$= (6-x)^2 + 4$

$= 36 - 12x + x^2 + 4$

$MN^2 = x^2 - 12x + 40$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$MN^2 + MD^2 = x^2 - 12x + 40 + x^2 + 16$ إذن:

$$MN^2 + MD^2 = 2x^2 - 12x + 56$$

ج- بيّن أنّه إذا كان المثلّث MDN قائم في M فإنّ $x^2 - 6x + 8 = 0$.

إذا كان المثلث MDN قائم M يعني حسب نظرية بيتاغور فإن

$$DN^2 = MN^2 + MD^2$$

يعني $DN^2 - (MN^2 + MD^2) = 0$

$$40 - 2x^2 + 12x - 56 = 0$$

$$-2x^2 + 12x - 16 = 0$$

$$-2(x^2 - 6x + 8) = 0$$

إذن $x^2 - 6x + 8 = 0$

د- استنتج إذًا القيم الممكنة لـ AM $AM = x$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

إذا حسب س ج/ ب فإن

$(x - 2)(x - 4) = 0$

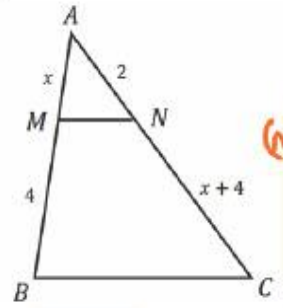
يعني $x = 4$ أو $x = 2$

أي $AM = 4$ أو $AM = 2$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات



أ- بين أن $\frac{x}{x+4}=\frac{2}{x+6}$ ثم استنتج أن $x^2+4x-8=0$.

في المثلث ABC لنا $M\in(AB)$ و $N\in(AC)$ بحيث $(MN)\parallel(BC)$

إذن حسب نظرية طالس فإن :

$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ و منه فإن

بعبارة أخرى $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

$\frac{x}{x+4}=\frac{2}{x+6}$

لنا: $\frac{x}{x+4}=\frac{2}{x+6}$

بعبارة أخرى $x(x+6)=2(x+4)$

بعبارة أخرى $x^2+6x=2x+8$

بعبارة أخرى $x^2+6x-2x-8=0$

إذن $x^2+4x-8=0$

ب- جد x ثم أحسب AC و استنتج أن $\frac{BC}{MN}=\sqrt{3}+2$

لنا: $x^2+4x-8=0$

حسب السؤال ب فإن

$x=2\sqrt{3}-2$ أو $x=-2\sqrt{3}-2$ و بما أن $x>0$

فإن $x=2\sqrt{3}-2$

$AC=AN+NC$

$=2+x+4$

$=6+2\sqrt{3}-2$ $\rightsquigarrow$ $AC=4+2\sqrt{3}$

$\frac{BC}{MN}=\frac{AC}{AN}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=\frac{2(2+\sqrt{3})}{2}$

$\rightsquigarrow$ $\frac{BC}{MN}=2+\sqrt{3}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

Mohamed HM — Borj Cedria Hammam Chatt

تمرين عـ 04 ـدد

نعتبر العبارة : $E = a^2 + 4a - 8$ حيث a عدد حقيقي .

1) أحسب العبارة E في حالة $a = -\frac{11}{2}$.

في حالة $a = -\frac{11}{2}$ فإن

$E = \left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{11}{2}\right) - 8$

$= \frac{121}{4} - 22 - 8 \rightsquigarrow E = \frac{121 - 120}{4} \rightsquigarrow E = \frac{1}{4}$

2) أ- بين أن : $E = (a+2)^2 - 12$

$(a+2)^2 - 12 = a^2 + 4a + 4 - 12$

$= a^2 + 4a - 8$

$(a+2)^2 - 12 = E$

ب - أوجد a في حالة $E = 0$.

$E = 0 \rightsquigarrow (a+2)^2 - 12 = 0$

$(a+2)^2 - (2\sqrt{3})^2 = 0$

$(a + 2 - 2\sqrt{3})(a + 2 + 2\sqrt{3}) = 0$

$\begin{cases} a + 2 - 2\sqrt{3} = 0 \\ \text{او} \\ a + 2 + 2\sqrt{3} = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a = 2\sqrt{3} - 2 \\ \text{او} \\ a = -2\sqrt{3} - 2 \end{cases}$

$(a+2)^2 - 12 = 0$ يعني $E = 0$

$(a+2)^2 = 12$

$x^2 = a \Leftarrow \begin{cases} x = \sqrt{a} \\ x = -\sqrt{a} \end{cases}$

$\begin{cases} a + 2 = \sqrt{12} \rightarrow a = 2\sqrt{3} - 2 \\ a + 2 = -\sqrt{12} \rightarrow a = -2\sqrt{3} - 2 \end{cases}$

3) في الرسم المقابل ABC مثلث و M نقطة من [AB] حيث $BM = 4$ و $AM = x$ و N نقطة من [AC] حيث $AN = 2$ و $NC = x + 4$ حيث x عدد حقيقي موجب و $(MN) // (BC)$.

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

ج- إذا علمت أن قيس محيط الرباعي BMNC يساوي 20

بين أن $MN = 8 - \frac{10}{3}\sqrt{3}$

نعتبر P محيط الرباعي BMNC

$P = MN + NC + BC + MB$

$20 = MN + (x+4) + MN(2+\sqrt{3}) + 4$

$20 - x - 4 - 4 = MN(1 + 2 + \sqrt{3})$

$12 - x = MN(3+\sqrt{3})$

$12 - 2\sqrt{3} + 2 = MN(3+\sqrt{3})$

$14 - 2\sqrt{3} = MN(3+\sqrt{3})$

$$MN = \frac{(14-2\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{42 - 14\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6}{6}$$

$$= \frac{48}{6} - \frac{20\sqrt{3}}{6}$$

$$MN = 8 - \frac{10}{3}\sqrt{3}$$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

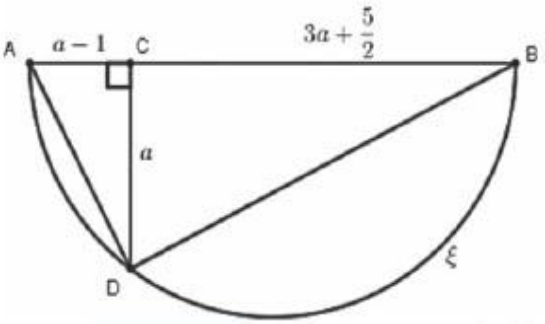
موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

2) في الرسم المقابل نصف دائرة ξ قطرها [AB]

ξ ∈ D و C المسقط العمودي لـ D على [AB] حيث $DC = \alpha$ و $AC = \alpha - 1$

$BC = 3\alpha + \frac{5}{2}$ حيث $\alpha > 1$



أ) بيّن أنّ : $2\alpha^2 - \frac{1}{2}\alpha - \frac{5}{2} = 0$

لدينا: ξ نصف دائرة قطرها [AB]

D ∈ ξ حيث D ≠ A و D ≠ B

← إذن ABD مثلث قائم في D و [DC] الارتفاع الصادر من D والموافق للضلع [AB] ومنه فإن:

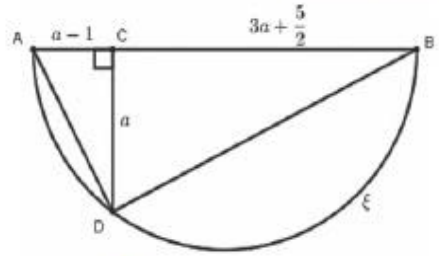
$DC^2 = AC \times BC$

$\alpha^2 = (\alpha - 1) \times (3\alpha + \frac{5}{2})$

$\alpha^2 = 3\alpha^2 + \frac{5}{2}\alpha - 3\alpha - \frac{5}{2}$

$3\alpha^2 - \alpha^2 + \frac{5}{2}\alpha - 3\alpha - \frac{5}{2} = 0$

$2\alpha^2 - \frac{1}{2}\alpha - \frac{5}{2} = 0$



ب) بيّن أنّ شعاع نصف الدائرة ξ يساوي $\frac{13}{4}$

لدينا: $2\alpha^2 - \frac{1}{2}\alpha - \frac{5}{2} = 0$

حسب الحالة السابقة يعني $(\alpha + 1)(2\alpha - \frac{5}{2}) = 0$

يعني $\alpha = \frac{5}{4}$ أو $\alpha = -1$

وبما أن $\alpha > 1$ فإن

$\alpha = \frac{5}{4}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

تمرين عـ 05 ـدد

نعتبر العبارة: $E = 2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ حيث $x \in \mathbb{R}$.

1) أ) بيّن أنّ: $E = \frac{1}{2}[(2x - \frac{1}{4})^2 - \frac{81}{16}]$

$\frac{1}{2}[(2x - \frac{1}{4})^2 - \frac{81}{16}] = \frac{1}{2}(4x^2 - x + \frac{1}{16} - \frac{81}{16})$

$= \frac{1}{2}(4x^2 - x - 5)$

$= 2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}[(2x - \frac{1}{4})^2 - \frac{81}{16}] = E$

ب) استنتج أنّ: $E = (x+1)(2x - \frac{5}{2})$

$E = \frac{1}{2}[(2x - \frac{1}{4})^2 - \frac{81}{16}]$

$= \frac{1}{2}[(2x - \frac{1}{4})^2 - (\frac{9}{4})^2]$

$= \frac{1}{2}(2x - \frac{1}{4} + \frac{9}{4})(2x - \frac{1}{4} - \frac{9}{4})$

$= \frac{1}{2}(2x + 2)(2x - \frac{10}{4})$

$E = (x+1)(2x - \frac{5}{2})$

ج) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $E = 0$

$E = 0$ يعني $(x+1)(2x - \frac{5}{2}) = 0$

يعني $2x - \frac{5}{2} = 0$ أو $x + 1 = 0$

يعني $x = \frac{5}{4}$ أو $x = -1$

$S_{\mathbb{R}} = \{-1; \frac{5}{4}\}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

$AB = Ac + Bc$

$= (\alpha - 1) + (3\alpha + \frac{5}{2})$; $\alpha = \frac{5}{4}$

$= (\frac{5}{4} - 1) + (\frac{15}{4} + \frac{5}{2})$

$= \frac{1}{4} + \frac{25}{4}$

$AB = \frac{26}{4}$ ⟶ $\frac{AB}{2} = \frac{26}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{4}$

$\frac{13}{4}$ اذن شعاع نهف الدائرة ع سادس

تمرين عـ 06 ـدد

نعتبر العبارتين التاليتين $a = (\sqrt{6} + \sqrt{3})^2$ و $b = 6n^2 - 6\sqrt{2}n + 3$ حيث $n \in IR$

1 أ أحسب العبارة b في حالة $n = \sqrt{6} + \sqrt{3}$ ثم في حالة $n = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

في حالة $n = \sqrt{6} + \sqrt{3}$ فإن :

$b = 6 \times (\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 - 6\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{3}) + 3$

$= 6(6 + 6\sqrt{2} + 3) - 12\sqrt{3} - 6\sqrt{6} + 3$

$= 54 + 36\sqrt{2} - 12\sqrt{3} - 6\sqrt{6} + 3$

$b = 57 + 36\sqrt{2} - 12\sqrt{3} - 6\sqrt{6}$

في حالة $n = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ فإن :

$b = 6 \times (-\frac{1}{\sqrt{2}})^2 + 6\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 3$

$= 6 \times \frac{1}{2} + 6 + 3$

$b = 12$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

ب فكلك العبارة b إلى جذاء عوامل

$b = 6n^2 - 6\sqrt{2}n + 3$

$= 3(2n^2 - 2\sqrt{2}n + 1)$

$= 3\left[(\sqrt{2}n)^2 - 2\sqrt{2}n \times 1 + 1^2\right]$

$= 3(\sqrt{2}n - 1)^2$

أو

$b = 6n^2 - 6\sqrt{2}n + 3$

$= (\sqrt{6}n)^2 - 2\sqrt{6} \times n \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2$

$b = (\sqrt{6}n - \sqrt{3})^2$

$= \left[\sqrt{3}(\sqrt{2}n - 1)\right]^2$

ج أوجد مجوعة الأعداد الحقيقية n حيث $b + 1 = 2n^2$

$b + 1 = 2n^2$

يعني $b = 2n^2 - 1$

$= (\sqrt{2}n)^2 - 1^2$

$3(\sqrt{2}n - 1)^2 = (\sqrt{2}n - 1)(\sqrt{2}n + 1)$

$3(\sqrt{2}n - 1)^2 - (\sqrt{2}n - 1)(\sqrt{2}n + 1) = 0$

$(\sqrt{2}n - 1)(3\sqrt{2}n - 3 - \sqrt{2}n - 1) = 0$

$(\sqrt{2}n - 1)(2\sqrt{2}n - 4) = 0$

يعني $\sqrt{2}n - 1 = 0$ أو $2\sqrt{2}n - 4 = 0$

يعني $\sqrt{2}n = 1$ أو $2\sqrt{2}n = 4$

يعني $n = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ أو $n = \frac{4 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$

$n = \frac{\sqrt{2}}{2}$ أو $n = \sqrt{2}$

2 انشرثم اختصر العبارة a

$a = (\sqrt{6} + \sqrt{3})^2$

$= 6 + 6\sqrt{2} + 3$ ⟶ $a = 9 + 6\sqrt{2}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

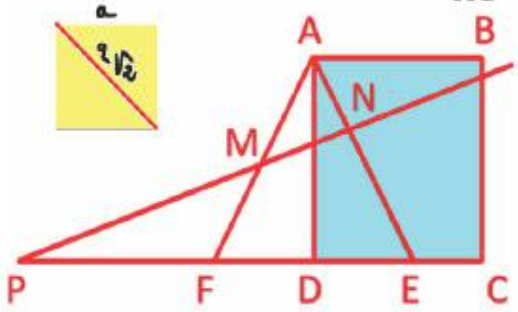
3 ليكن x عدد حقيقي حيث $x > \sqrt{2}$

بيّن أنّ $\sqrt{3}x - \sqrt{6} > 0$

لدينا $\sqrt{3} \in \mathbb{R}_+^*$ و $x > \sqrt{2}$

يعني $\sqrt{3}x > \sqrt{6}$ $\quad \sqrt{3}x - \sqrt{6} > 0$

في الرسم المصاحب $ABCD$ مربّع حيث $AC = \sqrt{3}x - \sqrt{6}$



E و F نقطتين من (CD) بحيث AEF مثلث متقايس الأضلاع. P مناظرة E بالنسبة لـ F.

M منتصف $[AF]$ والمستقيم (PM) يقطع $[AE]$ في N

4 بيّن أنّ $AD = \frac{\sqrt{6}}{2}x - \sqrt{3}$

لدينا $ABCD$ مربع و $[AC]$ قطرا له إذن

$$AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}x - \sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}x - \sqrt{6})\sqrt{2}}{2}$$

$$AD = \frac{\sqrt{6}}{2}x - \sqrt{3}$$

5 لتكن S مساحة المثلث AEF. بيّن بطريقتين مختلفتين أنّ $S = \frac{\sqrt{3}}{2}(x - \sqrt{2})^2$

الطريقة 1:

$$S = \frac{EF \times AD}{2}$$

لدينا: AEF مثلث متقايس الضلعين طول ارتفاعه AD

$$AD = EF \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

إذن

$$EF = \frac{2AD}{\sqrt{3}}$$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

$$EF = \frac{2\left(\frac{\sqrt{6}}{2}m - \sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{6}\,m - 2\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}\,m - 6}{3}$$

$$EF = \sqrt{2}\,m - 2$$

$$S = \frac{EF \times AD}{2}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{2}\,m - 2\right)\left(\frac{\sqrt{6}}{2}m - \sqrt{3}\right)}{2}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{2}\,m - 2\right) \times \sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}m - 1\right)}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{2}\,m - 2\right)\left(\frac{\sqrt{2}\,m - 2}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}(m - \sqrt{2}) \times \sqrt{2}(m - \sqrt{2})}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(m - \sqrt{2}\right)^2$$

ط ح ت: لدينا AEF مثلث متقايس الأضلاع حيث [AD] ارتفاعه

لدينا: $EF = AD \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

$$S = \frac{EF \times AD}{2}$$

$$= \frac{AD \times AD \times \frac{2}{\sqrt{3}}}{2}$$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

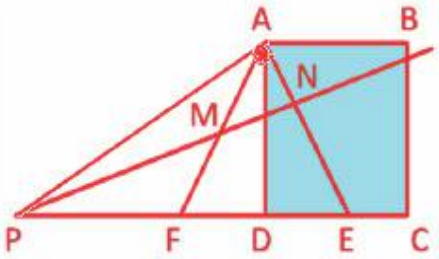
$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times AD^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}m - \sqrt{3}\right)^2$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left[\sqrt{3} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}m - 1\right)\right]^2$

$= \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{2}m - 2)^2}{4}$

$S = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[\sqrt{2}(m - \sqrt{2})\right]^2 \rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{2}(m - \sqrt{2})^2$

6 أ أحسب AP و EN بدلالة x



لدينا : $FA = FE$ (لأن المثلث AEF متقايس الأضلاع)

$FP = FE$ (لأن F هي منتصف [PE])

وبالتالي فإن $FA = FE = FP$

المثلث APE قائم في A إذن حسب نظرية فيثاغورس

$PE^2 = AP^2 + AE^2$

$AP^2 = PE^2 - AE^2$

$= (2\sqrt{2}m - 4)^2 - (\sqrt{2}m - 2)^2$

$= 8m^2 - 16\sqrt{2}m + 16 - 2m^2 + 4\sqrt{2}m - 4$

$= 6m^2 - 12\sqrt{2}m + 12$

$= 3(2m^2 - 4\sqrt{2}m + 4)$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

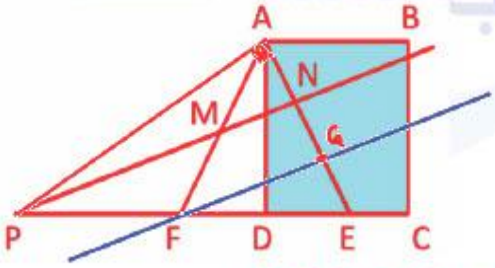
$$AP = \sqrt{3}(2m^2 - 4\sqrt{2}m + 4)$$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{(\sqrt{2}m - 2)^2}$$

$$= \sqrt{3} \times |\sqrt{2}m - 2| \qquad (m > \sqrt{2})$$

$$= \sqrt{3} \times (\sqrt{2}m - 2)$$

$$\boxed{AP = \sqrt{6}m - 2\sqrt{3}}$$



نعتبر G نقطة من (AE) حيث (PN) // (FG)

في المثلث AFG لدينا N ∈ (AG) و M ∈ (AF)

حيث (MN) // (FG) إذن حسب نظرية طالس $\frac{AM}{AF} = \frac{AN}{AG} = \frac{1}{2}$ (N منتصف [AF])

إذن N منتصف [AG] $\frac{AN}{AG} = \frac{1}{2}$ و منه فإن

في المثلث PNE لدينا:

F ∈ (PE) و G ∈ (NE) حيث (PN) // (FG)

إذن نظرية طالس فإن:

$\frac{EG}{EN} = \frac{EF}{EP} = \frac{1}{2}$ (F منتصف [PE])

$\frac{EG}{EN} = \frac{1}{2}$ و منه فإن G منتصف [EN]

وبالتالي فإن $AN = NG = GE$

$$EN = NG + EG$$

$$= \frac{1}{3}(AE) + \frac{1}{3}(AE)$$

$$= \frac{2}{3} \times (AE)$$

$$= \frac{2}{3}(\sqrt{2}m - 2) \Rightarrow \boxed{EN = \frac{2\sqrt{2}}{3}m - \frac{4}{3}}$$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

ب أوجد القيم الممكنة لـ x إذا كان $S = AP$

ك = AP يعني ك - AP = 0

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(m-\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6}m - 2\sqrt{3}) = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}(m-\sqrt{2})^2 - \sqrt{6}(m-\sqrt{2}) = 0$$

$$(m-\sqrt{2})\left[\frac{\sqrt{3}}{2}(m-\sqrt{2}) - \sqrt{6}\right] = 0$$

$$(m-\sqrt{2})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}m - \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{6}\right) = 0$$

$$(m-\sqrt{2})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}m - \frac{3\sqrt{6}}{2}\right) = 0$$

$m = \sqrt{2}$ أو $m = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ ، أي $m = 3\sqrt{2}$

$m = \sqrt{2}$ أو $m = 3\sqrt{2}$

و بما أن $m > \sqrt{2}$ فإن $m = 3\sqrt{2}$

ج أحسب إذن AN

$AN = \frac{1}{3}AE$ و $m = 3\sqrt{2}$ و $AE = \sqrt{3}m - 2$

$AN = \frac{1}{3}(\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} - 2) = \frac{1}{3} \times 4$

$AN = \frac{4}{3}$

تمرين عـ 07 ـدد

نعتبر العددين الموجبين a و b حيث $a^2 = 8 - 3\sqrt{7}$ و $b^2 = 8 + 3\sqrt{7}$

1 أ قارن a^2 و b^2 و استنتج أن $a - b$ عدد سالب

$-3\sqrt{7} < 3\sqrt{7}$ أي أن $3\sqrt{7} + 8 > 8 - 3\sqrt{7}$

$b^2 > a^2$

وهذه

$a^2 < b^2$ و $a > 0$ و $b > 0$

يعني $a < b$ و هذه فإن

$a - b < 0$ عدد سالب

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

ب استنتج أنّ $a^2 < ab < b^2$

لدينا : $a < b$ و $b > 0$

$ab < b^2$ إذن

$a > 0$ و $a < b$

$a^2 < ab$

$a^2 < ab < b^2$ إذن

2 أحسب a^2b^2 ثمّ بيّن أنّ a و b مقلوبان

$a^2 \times b^2 = (8 + 3\sqrt{7})(8 - 3\sqrt{7})$

$= 8^2 - (3\sqrt{7})^2$

$= 64 - 63$

$a^2 \times b^2 = 1$

$(a \times b)^2 = 1 \rightsquigarrow a \times b = 1$

إذن a و b مقلوبان

3 أحسب $a^4b^2 - a^2b^4$

$a^4 \times b^2 - a^2 \times b^4 = \underbrace{a^2 \times b^2}_{1} \times (a^2 - b^2)$

$= a^2 - b^2$

$= 8 - 3\sqrt{7} - 8 - 3\sqrt{7}$

$a^4 \times b^2 - a^2 \times b^4 = -6\sqrt{7}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

رمضان يجمعنا

PROF: MOHAMED HM

MUHAMED HM 40 234 403

LIVE STREAM zoom Video Communications

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

رمضان يجمعنا

PROF: MOHAMED HM

MUHAMED HM 40 234 403

LIVE STREAM zoom Video Communications

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

رمضان يجمعنا

PROF: MOHAMED HM

MUHAMED HM 40 234 403

LIVE STREAM zoom Video Communications

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

رمضان يجمعنا

PROF: MOHAMED HM

MUHAMED HM 40 234 403

LIVE STREAM zoom Video Communications

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

رمضان يجمعنا

PROF: MOHAMED HM

MUHAMED HM 40 234 403

LIVE STREAM zoom Video Communications

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

رمضان يجمعنا

PROF: MOHAMED HM

MUHAMED HM 40 234 403

LIVE STREAM zoom Video Communications

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

COLLEGE.MOURAJAA.COM

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM