

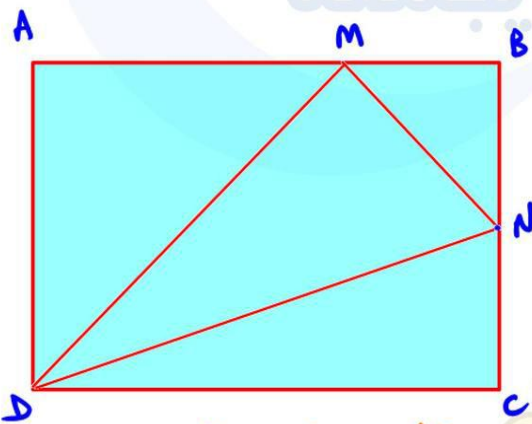
مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات



تمرين عـ 01 عدد

نعتبر مستطيلا $ABCD$ حيث $AB = 6cm$ و $AD = 4cm$ و M نقطة من $[AB]$ حيث $AM = 4cm$ و N منتصف $[BC]$

(1) أـ احسب الأبعاد MN و MD و DN



حساب البعد MN ؟

$$MB = AB - AM \text{ إذن: } MB = 6 - 4 = 2$$

$$MB = 2$$

N منتصف $[BC]$ إذن :

$$BN = \frac{1}{2} BC \rightarrow BN = 2$$

لنا MBN مثلث قائم في B إذن حسب نظرية فيثاغورس :

$$MN^2 = BM^2 + BN^2$$

$$= 2^2 + 2^2$$

$$MN^2 = 8 \rightarrow MN = 2\sqrt{2}$$

حساب MD ؟

لنا ADM مثلث قائم في A إذن حسب نظرية فيثاغورس :

$$MD^2 = AD^2 + AM^2$$

$$= 4^2 + 4^2$$

$$MD^2 = 32$$

$$\rightarrow MD = 4\sqrt{2}$$



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

حساب البعد DN ؟

$\triangle NDC$ مثلث قائم فيه C اذن حسب نظرية畢达哥راس فان

$$DN^2 = CN^2 + CD^2$$

$$= 8^2 + 6^2$$

$$DN = 2\sqrt{10} \rightarrow 40$$

رمضان
يجمعنا

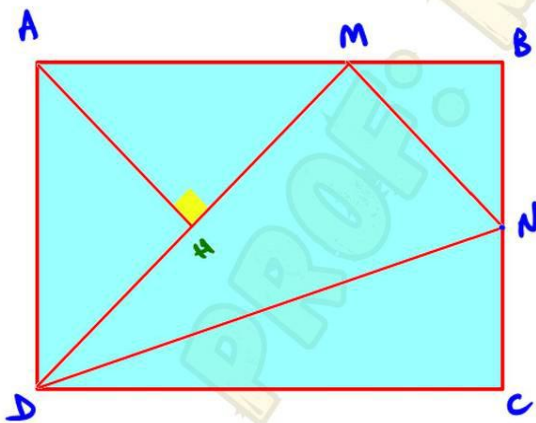
ب- بين أن المثلث MND قائم الزاوية

في المثلث MND :

اذن حسب عكس نظرية畢达哥راس
فان المثلث MND قائم الزاوية
في M

$$\left\{ \begin{array}{l} MN^2 = 8 \\ MD^2 = 32 \\ DN^2 = 40 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{بما أن :} \\ 40 = 32 + 8 \\ \text{فان } DN^2 = MD^2 + MN^2 \end{array}$$

(2) لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (MD)



ان $\triangle AMD$ مثلث قائم في A

و $[AH]$ ارتفاعه الخارج من A

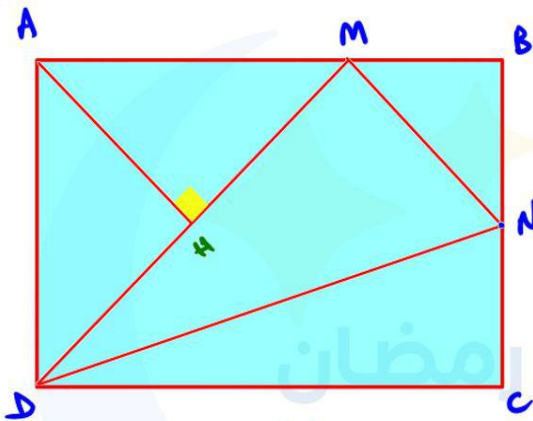
إذن: $AH \cdot DM = AM \cdot AD$

$$\begin{aligned} AH &= \frac{AM \cdot AD}{DM} \\ &= \frac{4 \cdot 4 \cdot \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$AH = 2\sqrt{2}$$



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات



ط 2 :

AMD قائم وسميات الفلصين في A

[AH] الارتفاع الخارج من A على [MD]

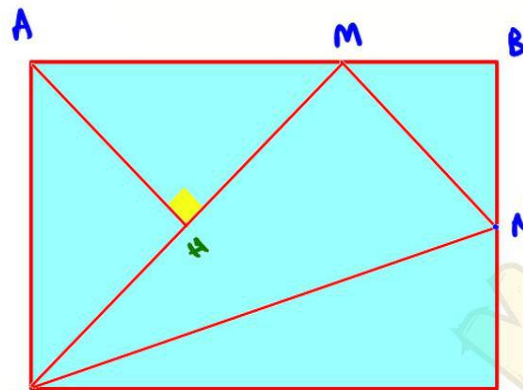
مبث $\{H\} = (AH) \cap (MD)$ اذن H

متكافئ [MD] ومنت في

$$AH = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$AH = HD = HM = \frac{MD}{2}$$

ب- بين ان $(NM) \parallel (AH)$



1 $(MN) \perp (MD)$ (MD قائم في M)

2 $(AH) \perp (MD)$ H المسقط العمودي لـ A على (MD)

اذن من 1 و 2 نستنتج ان :

$$(AH) \parallel (MN)$$

ج- استنتج ان AMNH متوازي اضلاع

فيها السباعية AMNH

$$(1) (AH) \parallel (MN)$$

$$(2) AH = MN = 2\sqrt{2}$$

نستنتج من (1) و (2) ان السباعية

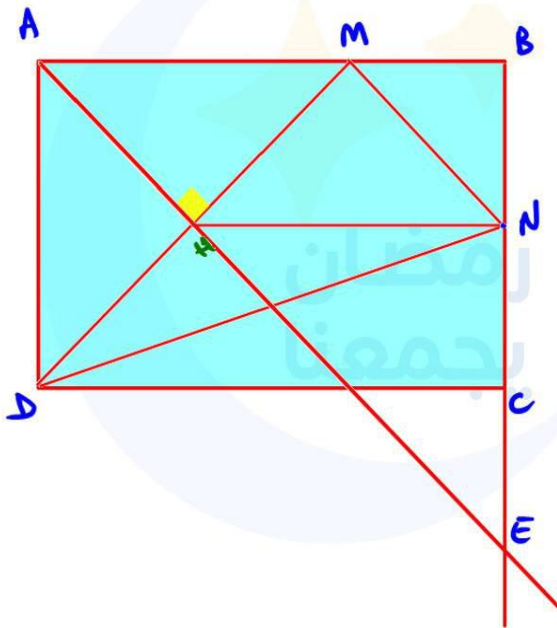
AMNH متوازي اضلاع

استنتج ان AMNH متوازي اضلاع اذن

$$HN = AM = 4$$



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات



3) المستقيم (AH) يقطع المستقيم (BC) في النقطة E

$$\text{أ- بَيِّنْ أَنْ } \frac{MN}{AE} = \frac{1}{3}$$

لنا في المثلث : $ME \in (AB)$ و $NE \in (BC)$

بحيث $(MN) \parallel (AE)$ و $(AH) \parallel (MN)$ و $(AE) \parallel (MN)$

انذ حسب نظرية طاليس فإن

$$\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BE} = \frac{MN}{AE}$$

وخط فإن :

$$\frac{MN}{AE} = \frac{BM}{BA}$$

$$\text{و بالتالي فإن } = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{MN}{AE} = \frac{1}{3}$$

ب- استنتج البعد AE

$$\text{لنا } \frac{MN}{AE} = \frac{1}{3} \text{ يعني } AE = 3 \times MN$$

$$= 3 \times 2\sqrt{2}$$

$$AE = 6\sqrt{2}$$

ج) احسب HE :

$$HE = AE - AH$$

$$= 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$EH = 4\sqrt{2}$$

لنا $HE \in [AE]$ انذ

د) استنتج قياس مساحة ارباعي HMNE



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

نفسى و قيسى مساحة شبه مثلثي HMNE :

$$S = \frac{(MN + HE) \times HM}{2}$$

$$= \frac{(2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \times \sqrt{2}}{2}$$

$$\rightarrow S = 12$$

(4) لتكن O منتصف [AE] و F منتصف [AB]

أ- بين أن $BO = 3\sqrt{2}$

لنا $\triangle ABE$ مثلث قائم في B

و O منتصف وتره (AE)

$$\text{إذن } OB = OA = OE = \frac{1}{2} AE$$

$$OB = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \rightarrow OB = 3\sqrt{2}$$

ب- المستقيم (EF) يقطع (BO) في G . ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABE ؟

في المثلث ABE لنا :

O منتصف (AE) إذن [EO] الوسيط

الجارى من E على [AE]

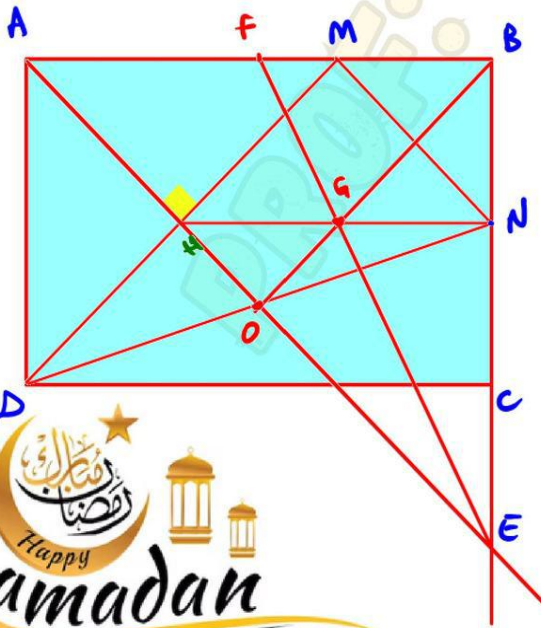
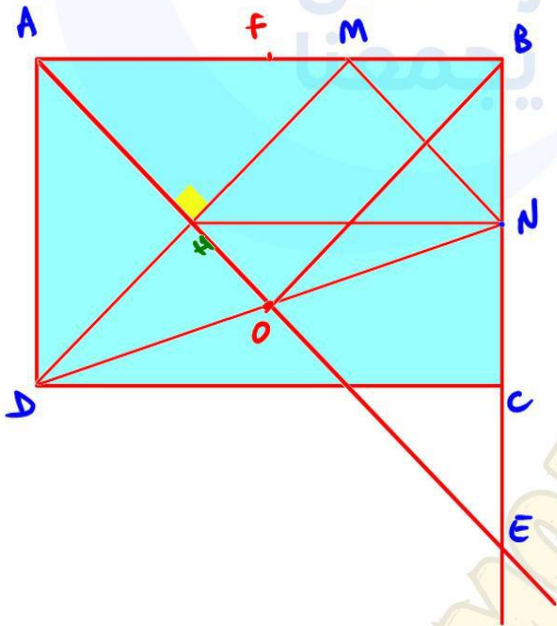
F منتصف (AB) إذن [EF] الوسيط

الجارى من E على [AB]

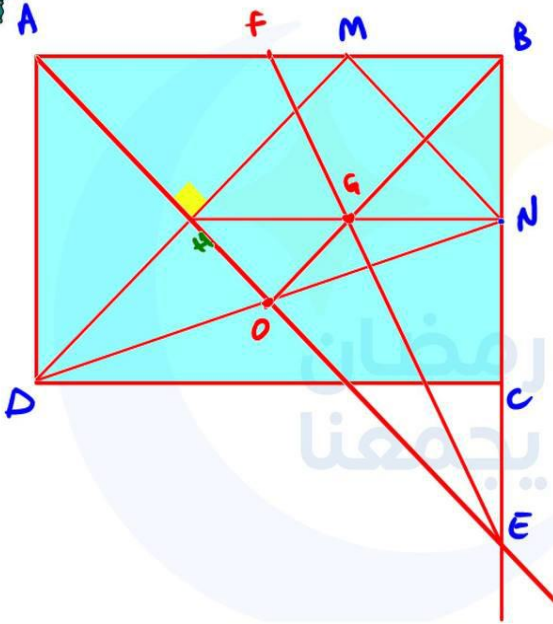
$$\{G\} = (BO) \cap (EF)$$

وبالتالى فإن G هي مركز

ثقل المثلث ABE



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات



ج- استنتج البعد BG

لنا ٩ مركز ثقل المثلث ABE و [BO]

الموسط العادي من B على [AE] إذن

$$BG = \frac{2}{3} \times BE$$

$$= \frac{2}{3} \times 3\sqrt{2}$$

$$BG = 2\sqrt{2}$$

(5) بين أن النقاط D و M و N و C تنتمي إلى نفس الدائرة. حدد قطرها .

لنا DNC مثلث قائم في C يعني النقاط D و N و C تنتمي إلى الدائرة [DN]

لنا DMN مثلث قائم في M يعني النقاط D و M و N تنتمي إلى الدائرة [DN]

إذن D و M و N و C تنتمي إلى نفس الدائرة. قهرها

[DN]



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

تمرين 02

نعتبر العددين الحقيقيين : $a = \frac{(\sqrt{6}+1)^2-5}{2}$ و $b = (\sqrt{3}-1)^2 - (2-3\sqrt{3})$

(1) بين أن : $a = 1 + \sqrt{6}$ و $b = 2 + \sqrt{3}$

$$b = 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 2 + 3\sqrt{3}$$

$$b = 2 + \sqrt{3}$$

$$a = \frac{6 + 2\sqrt{6} + 1 - 5}{2}$$

$$= \frac{2 + 2\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{6})}{2}$$

$$a = 1 + \sqrt{6}$$

(2) احسب a^2 و b^2

$$b^2 = (2 + \sqrt{3})^2$$

$$= 4 + 4\sqrt{3} + 3$$

$$b^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$a^2 = (1 + \sqrt{6})^2$$

$$= 1 + 2\sqrt{6} + 6$$

$$a^2 = 7 + 2\sqrt{6}$$

(3) أ- قارن $2\sqrt{6}$ و $4\sqrt{3}$

$$\left. \begin{array}{l} 4\sqrt{3} > 0 \text{ و } 2\sqrt{3} > 0 \\ 4\sqrt{3} > 2\sqrt{6} \text{ إذن} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (2\sqrt{6})^2 = 24 \\ (4\sqrt{3})^2 = 48 \end{array}$$

ب- استنتج مقارنة لـ a و b

$$لنا \quad 2\sqrt{6} < 4\sqrt{3}$$

$$\text{إذن} \quad 2\sqrt{6} + 7 < 4\sqrt{3} + 7$$

$$\text{يعني} \quad b^2 < a^2 \text{ ; } a > 0 \text{ و } b > 0$$

$$اذن \quad a < b$$



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

تمرين عـ 03 عدد

لتكن العبارة $A = x^2 - 6x + 8$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(1) احسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x = \sqrt{3}$

فند حالة $x = \sqrt{3}$ فإن

$$A = (\sqrt{3})^2 - 6\sqrt{3} + 8$$

$$= 3 + 8 - 6\sqrt{3}$$

$$\rightarrow A = 11 - 6\sqrt{3}$$

(2) أ- بَيِّنْ أَنَّ $A = (x - 3)^2 - 1$

$$(x - 3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 9 - 1$$

$$= x^2 - 6x + 8$$

$$(x - 3)^2 - 1 = A$$

ب- استنتج أَنَّ $A = (x - 2)(x - 4)$

$$A = (x - 3)^2 - 1$$

$$= (x - 3 - 1)(x - 3 + 1)$$

$$A = (x - 4)(x - 2)$$

ج- أوجد العدد الحقيقي x بحيث $A = 0$

$$A = 0 \text{ يعني}$$

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

$$x - 4 = 0 \text{ أو } x - 2 = 0$$

$$x = 4$$

$$\text{أو}$$

$$x = 2$$

$$\text{اذن}$$



مراجعة للفرض التآلفي الثاني في الرياضيات

ج- استنتج أن $a^2 < ab < b^2$

لنا : $b \in \mathbb{R}_+^*$ و $a < b$

$$(1) \quad ab < b^2 \quad \leftarrow a+b < b+b$$

لنا : $a \in \mathbb{R}_+^*$ و $a < b$

$$(2) \quad a^2 < ab \quad \leftarrow a+a < b+a$$

منسب (1) و (2)

$$a^2 < ab < b^2$$

(4) ليكن العدد $c = 2 - \sqrt{3}$

أ- بين أن b مقلوب c ثم حدّد علامة العدد c .

$$\begin{aligned} b \cdot c &= (2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3}) \\ &= 2^2 - \sqrt{3}^2 \\ &= 4 - 3 \end{aligned}$$

$$b \cdot c = 1$$

إذن b مقلوب c

لنا $b \cdot c = 1$ يعني $b > 0$ و $c > 0$ وبما أن $b > 0$

فإن $c > 0$

$$b \cdot c = 1 \rightarrow c = \frac{1}{b}$$

ب- استنتج أن $2 - \sqrt{3} < \frac{\sqrt{6}-1}{5}$

لنا $a < b$ يعني $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

يعني $c < \frac{1}{a}$ يعني $2 - \sqrt{3} < \frac{1}{1+\sqrt{6}}$

$$2 - \sqrt{3} < \frac{1 - \sqrt{6}}{1^2 - \sqrt{6}^2} \rightarrow 2 - \sqrt{3} < \frac{\sqrt{6}-1}{5}$$

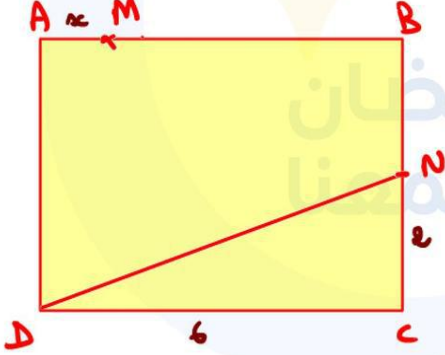


مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

(3) وحدة قياس الطول هي الصم

ليكن $ABCD$ مستطيلا حيث $AB = 6$ و $BC = 4$ و N منتصف $[BC]$ و M نقطة من $[AB]$ حيث $AM = x$ و x عدد حقيقي موجب .

أ- بين أن $DN = 2\sqrt{10}$



في $\triangle DNC$ قائم في C ($AB \perp DC$) مستطيل
إذا حسب نظرية بياغور و $N \in [BC]$

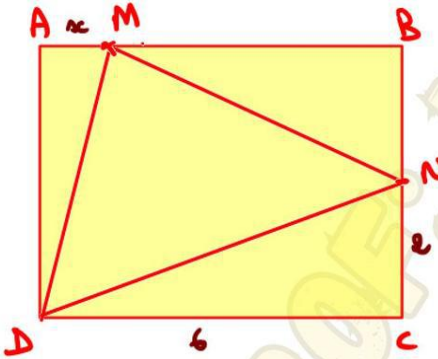
$$DN^2 = CN^2 + DC^2$$

$$= 4 + 36$$

$$= 40 \rightarrow DN = \sqrt{40}$$

$$\Rightarrow DN = 2\sqrt{10}$$

ب- بين أن $MD^2 + MN^2 = 2x^2 - 12x + 56$



في $\triangle MDA$ قائم في A ($AB \perp AD$) مستطيل و $M \in [AB]$

إذا حسب نظرية بياغور

$$MD^2 = AM^2 + AD^2$$

$$MD^2 = x^2 + 16$$

في $\triangle MBN$ قائم في B ($AB \perp BC$) مستطيل و $M \in [AB]$ و $N \in [BC]$

إذا حسب نظرية بياغور

$$MN^2 = BM^2 + BN^2$$

$$= (6-x)^2 + 4$$

$$= 36 - 12x + x^2 + 4$$

$$MN^2 = x^2 - 12x + 40$$



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

إذن: $MN^2 + MD^2 = x^2 - 12x + 40 + x^2 + 16$

$MN^2 + MD^2 = 2x^2 - 12x + 56$

ج- بين أنه إذا كان المثلث MDN قائم في M فإن $x^2 - 6x + 8 = 0$.

إذا كان المثلث MDN قائم في M يجب حسب نظرية- بيثاغورس أن

$DN^2 = MN^2 + MD^2$

يجب $DN^2 - (MN^2 + MD^2) = 0$

$40 - 2x^2 + 12x - 56 = 0$

$-2x^2 + 12x - 16 = 0$

$-2(x^2 - 6x + 8) = 0$

إذن $x^2 - 6x + 8 = 0$

$AM = x$

د- استنتج إذا القيم الممكنة لـ AM

$x^2 - 6x + 8 = 0$

إذن حسب ص / ب فإن

$(x - 2)(x - 4) = 0$

يجب $x = 2$ أو $x = 4$

$AM = 2$ أو $AM = 4$



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات



تمرين عـ 04 عدد

نعتبر العبارة : $E = a^2 + 4a - 8$ حيث a عدد حقيقي .

(1) أحسب العبارة E في حالة $a = -\frac{11}{2}$

في حالة $a = -\frac{11}{2}$ فإن

$$E = \left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{11}{2}\right) - 8$$

$$= \frac{121}{4} - 22 - 8 \rightarrow E = \frac{121 - 120}{4} \rightarrow E = \frac{1}{4}$$

(2) أ- بين أن : $E = (a + 2)^2 - 12$

$$(a + 2)^2 - 12 = a^2 + 4a + 4 - 12$$

$$= a^2 + 4a - 8$$

$$(a + 2)^2 - 12 = E$$

ب - أوجد a في حالة $E = 0$

$$E = 0 \rightarrow (a + 2)^2 - 12 = 0$$

$$(a + 2)^2 - (2\sqrt{3})^2 = 0$$

$$(a + 2 - 2\sqrt{3})(a + 2 + 2\sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} a + 2 - 2\sqrt{3} = 0 \\ a + 2 + 2\sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

$$a = 2\sqrt{3} - 2$$

$$a = -2\sqrt{3} - 2$$

$$E = 0 \text{ يعني } (a + 2)^2 - 12 = 0$$

$$(a + 2)^2 = 12$$

$$x^2 = a \begin{cases} x = \sqrt{a} \\ x = -\sqrt{a} \end{cases}$$

$$a + 2 = \sqrt{12} \rightarrow a = 2\sqrt{3} - 2$$

$$a + 2 = -\sqrt{12} \rightarrow a = -2\sqrt{3} - 2$$

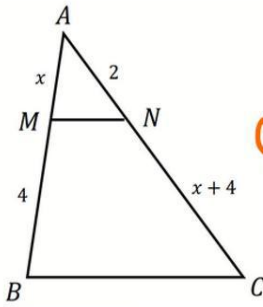
(3) في الرسم المقابل ABC مثلث و M نقطة من [AB] حيث BM = 4

و N نقطة من [AC] حيث AN = 2 و NC = x + 4

حيث x عدد حقيقي موجب و (MN) // (BC).



مراجعة للفرض التآلفي الثاني في الرياضيات



أ- بين أن $\frac{x}{x+4} = \frac{2}{x+6}$ ثم استنتج أن $x^2 + 4x - 8 = 0$.

ففي المثلث ABC لنا $ME(AB)$ و $NE(AC)$ بحيث $(MN) \parallel (BC)$
اننا حسب نظرية طاليس فإن :

$$\frac{x}{x+4} = \frac{2}{x+6}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{x}{x+4} = \frac{2}{x+6}$$

$$x(x+6) = 2(x+4)$$

$$x^2 + 6x = 2x + 8$$

$$x^2 + 6x - 2x - 8 = 0$$

$$x^2 + 4x - 8 = 0$$

ب- جد x ثم أحسب AC و استنتج أن $\frac{BC}{MN} = \sqrt{3} + 2$
لنا :

$$x^2 + 4x - 8 = 0$$

حسبنا Δ ب فإن

$$x = 2\sqrt{3} - 2 \text{ أو } x = -2\sqrt{3} - 2 \text{ و بما أن } x > 0$$

$$x = 2\sqrt{3} - 2$$

$$AC = AN + NC$$

$$= 2 + x + 4$$

$$= 6 + 2\sqrt{3} - 2 \rightarrow AC = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$\frac{BC}{MN} = \frac{AC}{AN} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(2 + \sqrt{3})}{2}$$

$$\rightarrow \frac{BC}{MN} = 2 + \sqrt{3}$$



مراجعة للفرض التأليفي الثاني في الرياضيات

ج- إذا علمت أن قيس محيط الرباعي BMNC يساوي 20

$$\text{بين أن } MN = 8 - \frac{10}{3}\sqrt{3}$$

نعتبر P محيط الرباعي BMNC

$$P = MN + NC + BC + MB$$

$$20 = MN + (x + 4) + MN(2 + \sqrt{3}) + 4$$

$$20 - x - 4 - 4 = MN(1 + 2 + \sqrt{3})$$

$$12 - x = MN(3 + \sqrt{3})$$

$$12 - 2\sqrt{3} + 2 = MN(3 + \sqrt{3})$$

$$14 - 2\sqrt{3} = MN(3 + \sqrt{3})$$

$$MN = \frac{(14 - 2\sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{42 - 14\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6}{6}$$

$$= \frac{48}{6} - \frac{20\sqrt{3}}{6}$$

$$MN = 8 - \frac{10}{3}\sqrt{3}$$



مرحبا بكم علي منصة مراجعة



COLLEGE.MOURAJAA.COM



NEWS.MOURAJAA.COM

