موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

الإعدادية النموذجية بمعهد باجة الشمالية فرض مراقبة موحد عدد 4 19 فيفري 2022	الاختبار: الرياضيات الحصة: ساعة المستوى: التاسعة أساسي

التمرين الأول: (3 نقاط)

يلي كل سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.

اكتب على ورقة تحريرك في كل مرة، رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

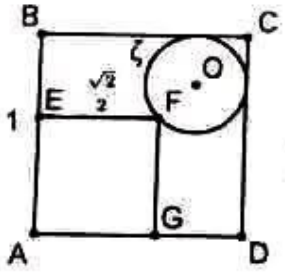
1) إذا كان a و b عددان حقيقيان حيث : $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=2$ فإن العبارة $\left(\frac{a}{b}\right)^{10}-\left(\frac{b}{a}\right)^{10}$ تساوي:

أ- 0 . ب- 2 . ج- $\frac{2^{20}-1}{2^{20}}$.

2) إذا كان $x=\sqrt{3-\sqrt{5}}$ و $y=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{5}-1\right)$ فإن:

أ- $x<y$. ب- $x>y$. ج- $x=y$.

3) في الشكل المقابل



- ABCD مربع طول ضلعه AB=1.
- AEFG مربع طول ضلعه $EF=\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- ζ دائرة مماسة للضلعين [BC] و [CD].

قيس شعاع الدائرة ζ يساوي.

أ- $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$. ب- $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$. ج- $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$.

التمرين الثاني: (6 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين $a=\sqrt{20}-\left(\frac{\sqrt{45}}{3}+1\right)$ و $b=2\left(\frac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right)$.

1) بين أن $a=\sqrt{5}-1$ و $b=2\sqrt{5}-4$.

2) أ- بين أن $b=2-a^2$.

ب- قارن بين 2 و $\sqrt{5}$ ثم استنتج أن a و b موجبان قطعا.

ج- بين أن $a<\sqrt{2}$

3) نعتبر العددين الحقيقيين الموجبين $x=\frac{a}{2}$ و $y=x+1$.

أ- احسب $x\times y$.

ب- استنتج أن $x^2<\frac{1}{2}$

ج) رتب تصاعديا الأعداد x و y و 1 و $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Scanned by TapScanner

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

التمرين الثالث: (5 نقاط)

نعتبر العبارة: $P = x^2 - 24x + 72$.

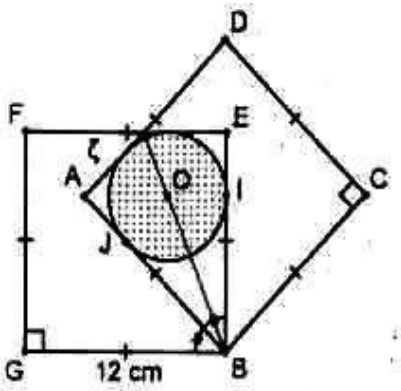
1) أحسب القيمة العددية للعبارة P إذا كان $x = 12 + 6\sqrt{2}$.

2) أ- بيّن أن $P = (x-12)^2 - 72$.

ب- استنتج تفكيكا للعبارة P .

ج- حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $P = 0$.

3) في الرسم المقابل:



- ABCD و EFGB مربعان متقايسان مركزيهما I و J.
- AB=12cm ،
- ζ دائرة مماسة للأضلاع [AB] و[AD] و[EF] و[EB].

أ- ماهي طبيعة المثلث AIB ؟ معللا جوابك .

ب- نرمز بـ R لقيس شعاع الدائرة ζ، أكتب AI بدلالة R ثم استنتج أن $R^2 - 24R + 72 = 0$.

ج- استنتج R قيس شعاع الدائرة ζ.

التمرين الرابع: (6 نقاط) (وحدة قيس الطول هي السنتمتر)

1) أرسم مستطيل ABCD حيث AB=6 , BC=3 .

و الدائرة $\mathcal{C}$ التي قطرها [BC] و مركزها O .

2) بيّن أن $AC=3\sqrt{5}$.

3) الدائرة $\mathcal{C}$ تقطع [AC] في نقطة ثانية H .

أ- بيّن أن (AC) ⊥ (BH) .

ب- استنتج BH .

4) المستقيمان (AC) و (BD) يتقاطعان في I .

أ- أحسب IB .

ب- استنتج IH ثم CH .

5) لتكن J منتصف [AB] , المستقيمان (AC) و (DJ) يتقاطعان في G .

أ- بيّن أن G هي مركز ثقل المثلث ABD .

Scanned by TapSca

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

اصلاح الفرض الموحد بادية السنة الثانية

التمرين 1:

a و b عددان حقيقيان مخالفان للصفر

حيث: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=2$

محاولة أية عرفادي.

لما: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=2$

يعني $\frac{a^2+b^2}{ab}=2$

يعني $a^2+b^2=2ab$

يعني $a^2+b^2-2ab=0$

يعني: $(a-b)^2=0$

يعني $a-b=0$

يعني $a=b$

يعني $\frac{b}{a}=1$ و $\frac{a}{b}=1$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{10}-\left(\frac{b}{a}\right)^{10}=1^{10}-1^{10}=0$

طريقة 2:

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=2$

بالتالي، $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2=4$

اذن: $\left(\frac{a}{b}\right)^2+\left(\frac{b}{a}\right)^2+2\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=4$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2+\left(\frac{b}{a}\right)^2+2=4$

ومنه، $\left(\frac{a}{b}\right)^2+\left(\frac{b}{a}\right)^2+2-4=0$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2+\left(\frac{b}{a}\right)^2-2=0$

$\left(\frac{a}{b}\right)^2+\left(\frac{b}{a}\right)^2-2\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=0$

$\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)^2=0$

$\frac{a}{b}-\frac{b}{a}=0$ يعني

$\frac{a}{b}=\frac{b}{a}$ يعني

$\left(\frac{a}{b}\right)^{10}-\left(\frac{b}{a}\right)^{10}=0$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$y = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{5}-1)$; $x = \sqrt{3-\sqrt{5}}$ ②

$y^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{5}-1)\right)^2$; $x^2 = \left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2 = 3-\sqrt{5}$

$= \frac{1}{2}(\sqrt{5}^2 - 2\sqrt{5} + 1^2)$

$= \frac{1}{2}(6-2\sqrt{5}) = 3-\sqrt{5}$

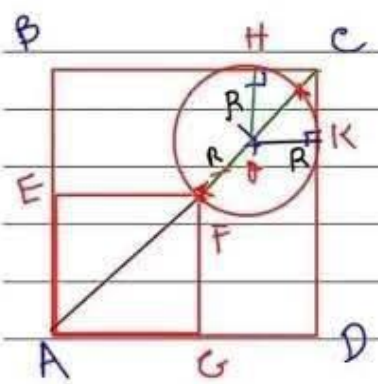
لدينا : $x^2 = y^2$; $y \geq 0$ و $x \geq 0$ ، يعني $x = y$

$x^2 = y^2$ يعني $x = y$ أو $x = -y$

$x = y$ يعني $x^2 = y^2$ و x و y لهما نفس العلامة

③ ABCD مربع طول ضلعه 1
$AB = 1$

AEFG مربع طول ضلعه $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$



* ABCD مربع طول ضلعه 1.

بالتالي: قطره

$AC = \sqrt{2}$

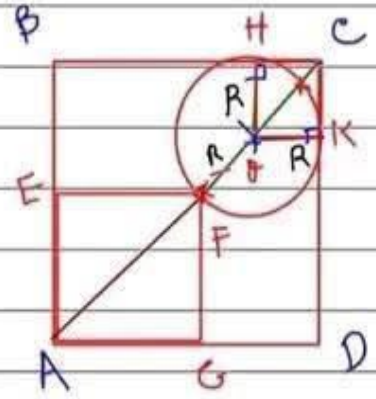
ولدينا: AEFG مربع طول ضلعه $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$

بالتالي، قيس طول قطره $AF = EF \times \sqrt{2}$

$= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2} = 1$

$AF = 1$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM



لدينا: $F \in [AC]$

بالتالي $FC = AC - AF$

$\boxed{FC = \sqrt{2} - 1}$

* H المسقط العمودي لـ O على (BC)
و K " " " O على (DC)

لدينا: $OK = R$ و $OH = R$

لدينا: OHCK مربع طول ضلعه R

بالتالي: قيس طول قطره $\boxed{OC = \sqrt{2} \cdot R}$

ونعلم أن: $FC = OF + OC = \sqrt{2} - 1$

$= R + \sqrt{2}R = \sqrt{2} - 1$

$= R(1 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$

يعني: $R = \dfrac{\sqrt{2} - 1}{1 + \sqrt{2}}$

التمرين 2:

$$a = \sqrt{20} - \left(\frac{\sqrt{45}}{3} + 1\right)$$

$$= 2\sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{3} - 1$$

$$= 2\sqrt{5} - \sqrt{5} - 1 = \boxed{\sqrt{5} - 1}$$

$$b = 2\left(\frac{5 - 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right) = \frac{2(\sqrt{5}^2 - 2\sqrt{5})}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{5} - 2)}{\sqrt{5}} = \boxed{2\sqrt{5} - 4}$$

$2 - a^2 = 2 - (\sqrt{5}-1)^2$ *

$= 2 - (5 - 2\sqrt{5} + 1)$

$= 2 - 6 + 2\sqrt{5}$

$= -4 + 2\sqrt{5} = b$.

ج) لنقارن بين 2 و $\sqrt{5}$

لدينا: $2^2 = 4$ و $\sqrt{5}^2 = 5$

لدينا: $\sqrt{5}^2 > 2^2$ و $\boxed{2>0 \ , \ \sqrt{5}>0}$

يعني $\sqrt{5} > 2$

لدينا: $\sqrt{5} > 2$ $\quad a = \sqrt{5}-1$

يعني $\sqrt{5}-1 > 2-1$

يعني $\sqrt{5}-1 > 1 > 0$

يعني $\boxed{a>0}$

a موجب قطعا $(a \neq 0)$.

$b = 2\sqrt{5} - 4$.

لدينا: $\sqrt{5} > 2$ و $2>0$

يعني: $2\sqrt{5} > 4$

يعني $2\sqrt{5} - 4 > 0$

يعني $\boxed{b>0}$

ع) * لنقارن a و $\sqrt{2}$ (مراجعة 1 إعدادي)

لدينا : $a^2 = (\sqrt{5}-1)^2 = 6 - 2\sqrt{5}$

و $\sqrt{2}^2 = 2$

لدينا : $6 - 2\sqrt{5} - 2 = 4 - 2\sqrt{5} = -b$

ونعلم أن : $b > 0$

يعني $-b < 0$

يعني $6 - 2\sqrt{5} < 2$

يعني $a^2 < \sqrt{2}^2$

(ولدينا $a > 0$ و $\sqrt{2} > 0$)

يعني $\boxed{a < \sqrt{2}}$

طريقة 2 :

لدينا : $b = 2 - a^2$ (2

ونعلم أن : $b > 0$

يعني $2 - a^2 > 0$

يعني $2 > a^2$

يعني $\sqrt{2}^2 > a^2$

($a > 0$ و $\sqrt{2} > 0$)

يعني $\boxed{\sqrt{2} > a}$

3) $x = \frac{a}{2}$ و $y = x + 1$

$x \times y = \frac{a}{2}\left(\frac{a}{2} + 1\right)$

$= \frac{\sqrt{5}-1}{2}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} + 1\right)$

$= \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$.

$= \frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{4} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2(3-\sqrt{5})}{4} + \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

$= \frac{3-\sqrt{5}+\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$\boxed{x \times y = 1}$

ب) لدينا: $x \times y = 1$

يعني: $x(x+1) = 1$

يعني: $x^2 + x = 1$ يعني $\boxed{x^2 = 1 - x}$

* ب) لدينا: $y = x + 1$ ، يعني $y - x = 1$

يعني: $\boxed{y > x}$

لنقارن بين: x و 1،

لدينا: $\boxed{x^2} = 1 - x$

يعني $1 - x > 0$

$\boxed{1 > x}$ -

ولنقارن بين y و 1

$y = x + 1$

يعني $y - 1 = x$ ولدينا $x > 0$ يعني $y - 1 > 0$

يعني

$\boxed{y > 1}$

$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2} < 1}$ نعلم أن:

$x < y$

لمقارنة بين x و $\frac{\sqrt{2}}{2}$

لدينا: $x = \frac{a}{2}$

ولدينا: $a < \sqrt{2}$ يعني $\frac{a}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$

يعني: $x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x < \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 < y$$

التمرين 3

$$P = x^2 - 24x + 72$$

في حالة:

$$x = 12 + 6\sqrt{2}$$

لدينا:

$$P = (12+6\sqrt{2})^2 - 24(12+6\sqrt{2}) + 72$$

$$= (12+6\sqrt{2})(12+6\sqrt{2}-24) + 72$$

$$= (12+6\sqrt{2})(-12+6\sqrt{2}) + 72$$

$$= (6\sqrt{2})^2 - 12^2 + 72$$

$$= 72 - 144 + 72$$

$$= 144 - 144 = 0$$

② أ) لنا: $(x-12)^2 - 72$

$= x^2 - 24x + 12^2 - 72$

$= x^2 - 24x + 144 - 72$

$= x^2 - 24 + 72 = P$

ب) $P = (x-12)^2 - 72$

$= (x-12)^2 - (6\sqrt{2})^2$

$= (x-12+6\sqrt{2})(x-12-6\sqrt{2})$

ج) $P = 0$

يعني، $x-12-6\sqrt{2}=0$ أو $x-12+6\sqrt{2}=0$

$x = 12+6\sqrt{2}$ أو $x = 12-6\sqrt{2}$

$S_{\mathbb{R}} = \{12+6\sqrt{2}; 12-6\sqrt{2}\}$

③ * لنا: ABCD مربع مركزه I

يعني،

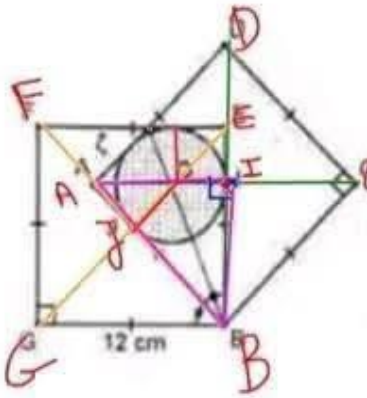
$IA = IB$ ...

ونعلم أن قطرا المربع متعامدان

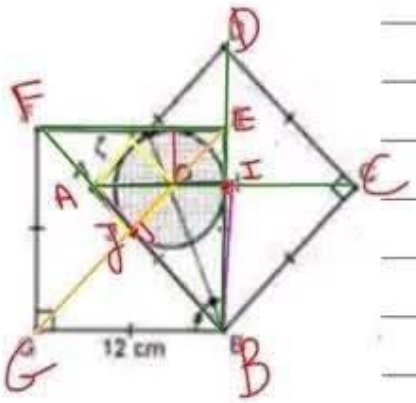
بالتالي: $(IA) \perp (IB)$

إذن AIB مثلث قائم

ومتقايس الضلعين قمته الرئيسية I.



$\Omega I = R$



ولدينا $[A\Omega]$ هو قطر للمربع طول ضلعه R.

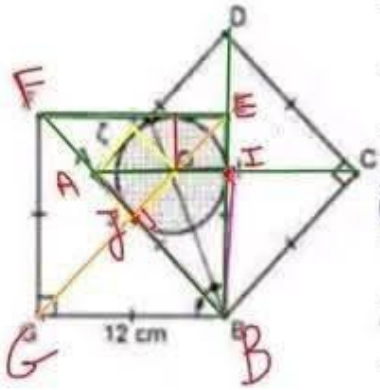
بالتالي: $\boxed{A\Omega = R\times\sqrt{2}}$

ولدينا $\Omega \in [AI]$

بالتالي: $AI = A\Omega + \Omega I$

$= R\times\sqrt{2} + R$

$\boxed{AI = R(1+\sqrt{2})}$



ب) لدينا $(J \in [AB])$ $AB = BJ + JA$

ونعلم أن $EFGB$ مربع مركزه Ω ومركز J وبالتالي:

$BJ = \frac{AB\times\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

$AJ = R$

ومنه: $AB = R + 6\sqrt{2}$

لدينا: $AB^2 = (R+6\sqrt{2})^2 = 12^2$

$= R^2 + 12\sqrt{2}R + 72 = 144$

$\boxed{R^2 + 12\sqrt{2}R - 72 = 0}$ بعني

ونعلم أن $AI = R + \sqrt{2}R = 6\sqrt{2}$

بعني: $\boxed{R = 6\sqrt{2} - \sqrt{2}R}$

نستنتج إذن: $R^2 + 12\sqrt{2}(6\sqrt{2} - \sqrt{2}R) - 72 = 0$

ومنه: $R^2 + 144 - 24R - 72 = 0$

بالتالي $\boxed{R^2 - 24R + 72 = 0}$

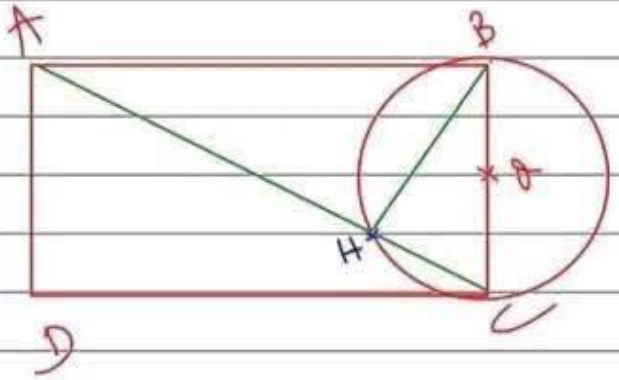
إذن R حل للمعادلة $P = 0$،

ونعلم أن $P = 0$ بعني $x = 12 + 6\sqrt{2}$ أو $x = 12 - 6\sqrt{2}$

وبما أن $R \in]0; 12[$ فإن:

$\boxed{R = 12 - 6\sqrt{2}}$

التمرين 4:



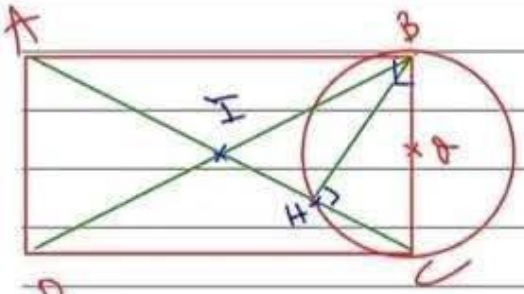
لدينا ABC مثلث قائم في B.
حسب نظرية بيتاغورث:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$= 6^2 + 3^2$$
$$= 36 + 9$$
$$= 45$$

ومنه $AC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

3) * i) لدينا (C) دائرة قطرها [BC].
$H \in (C)$ و H مختلفة عن B و C.
إذن: BHC مثلث قائم الزاوية في H
بالتالي $(BH) \perp (HC)$ و $A \in (HC)$
إذن $(BH) \perp (AC)$

* لنا ABC مثلث قائم في B.
و [BH] الارتفاع الصادر عن B.



بالتالي: $HB \times AC = BC \times AB$

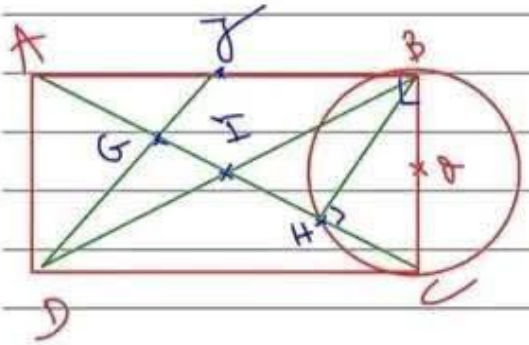
إذن: $HB = \frac{BC \times AB}{AC}$

$= \frac{3 \times 6}{3\sqrt{5}}$

$HB = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

* لنا ABCD مستطيل و [AC] و [BD] قطراه يتقاطعان في I.

بالتالي: $IB = IA = IC = \frac{AC}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$



* لنا HBC مثلث قائم في H
إذن حسب نظرية بيتاغور
فإنّ: $BC^2 = BH^2 + HC^2$

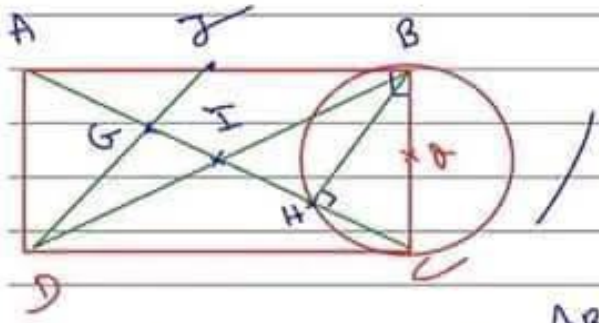
يعني $HC^2 = BC^2 - BH^2$

$= 3^2 - \left(\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2$

$= 9 - \frac{36}{5}$

$\frac{45}{5} - \frac{36}{5} = \frac{9}{5}$

يعني $HC = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$



لدينا في المثلث ABD ،
I منتصف [BD] يعني [AI] هو الوسط الصادر من A.
و J منتصف [AB] يعني [DJ] الوسط الصادر عن D.

$$(AI) \cap (DJ) = \{G\}$$

بالتالي G مركز ثقل المثلث ABD .

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM