موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

في المثلث ABC

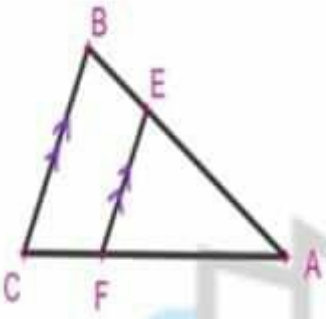
(EF) // (BC)

A و E و B على إستقامية

A و F و C على إستقامية

حسب مبرهنة THALES طالس

$$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC} \quad و \quad \frac{AE}{EB}=\frac{AF}{FC}$$



و فعية الفراشة

(IG) // (HK)

I و L و K على إستقامية

H و L و G على إستقامية

حسب مبرهنة طالس THALES

$$\frac{LH}{LG}=\frac{LK}{LI}=\frac{HK}{IG}$$ ← أضلاع مثلث واحد

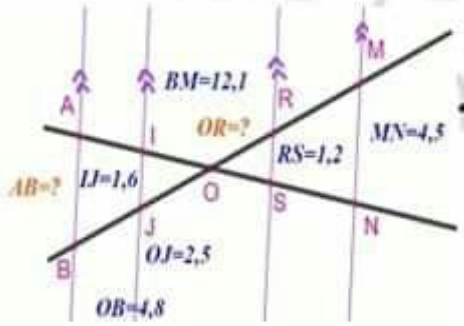
← أضلاع مثلث واحد

في المثلث OAB

(IJ) // (AB)

- J و I و A على إستقامة واحدة
- O و S و B على إستقامة واحدة

حسب مبرهنة طالس THALES



$$\frac{OI}{OA}=\frac{OJ}{OB}=\frac{IJ}{AB} \quad و \quad \frac{OI}{IA}=\frac{OJ}{JB}$$

$$\frac{OI}{OA}=\frac{2,5}{4,8}=\frac{1,6}{AB} \quad \frac{OI}{IA}=\frac{2,5}{2,3}$$

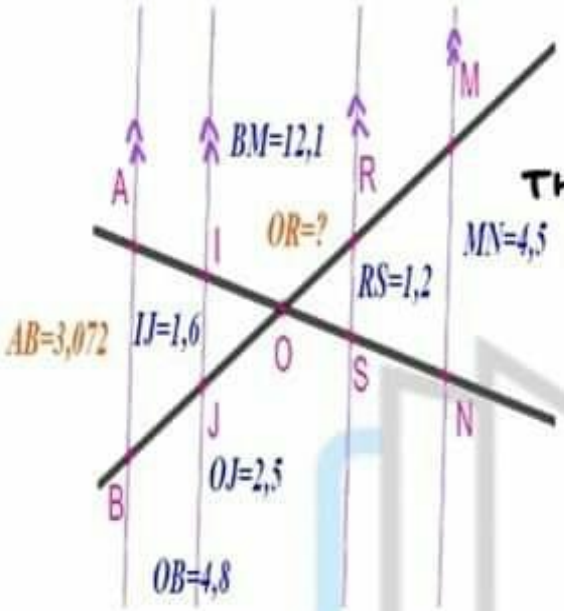
$$AB=\frac{1,6\times 4,8}{2,5}$$

$$AB=3,072$$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

في المثلث SMN
(RS) // (MN)
S و N على إستقامة
S و M و R على إستقامة
حسب مبرهنة لس THALES



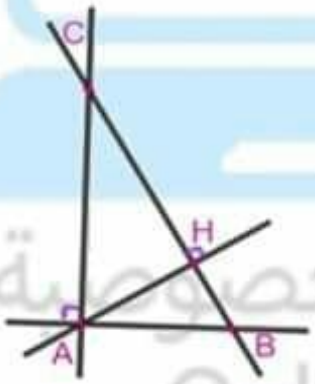
$\frac{OS}{ON} = \frac{OR}{OM} = \frac{RS}{MN}$ و $\frac{OR}{RM} = \frac{OS}{SN}$

$\frac{OS}{ON} = \frac{OR}{OB} = \frac{1,2}{4,5}$ | $\frac{OR}{RM} = \frac{OS}{SN}$

$OR = \frac{7,3 \times 1,2}{4,5} = 1,946$

$OR = 1,946$

مثلث ABC قائم الزاوية في A
[AH] الإرتفاع من A على [BC]



$AB^2 = BH \times BC$
$AB^2 = AH^2 + BH^2$

$AC^2 = CH \times BC$
$AC^2 = AH^2 + CH^2$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ نظرية بيتاغور PITHAGORE

$AH^2 = BH \times CH$

$AB \times AC = AH \times BC$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

أكمل بنظرية بيتاغور PYTHAGORE

ABC قائم في B : $AC^2 = BA^2 + BC^2$

DEF قائم في D : $EF^2 = DE^2 + DF^2$

IJK قائم في K : $IJ^2 = KI^2 + KJ^2$

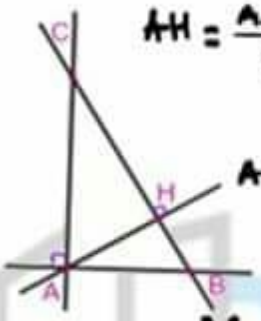
RST قائم في S : $RT^2 = SR^2 + ST^2$

ABC قائم في C : $AB^2 = CA^2 + CB^2$

DEF قائم في F : $DE^2 = FE^2 + FD^2$

نشاط 4 حيوية

بيّن أنّ: $AH = \frac{AB \times AC}{BC}$



$AH = \frac{AB \times AC}{BC}$

طريقة أولى:

$AB \times AC = AH \times BC$

منه:

$AH = \frac{AB \times AC}{BC}$

طريقة ثانية

$AB^2 = BH \times BC$ | $AC^2 = CH \times BC$

$BH = \frac{AB^2}{BC}$ | $CH = \frac{AC^2}{BC}$

$AH^2 = BH \times CH$

$AH^2 = \frac{AB^2}{BC} \times \frac{AC^2}{BC}$

$AH^2 = \frac{AB^2 \times AC^2}{BC^2}$

/

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

ABC قائم في A وتره [BC]

حسب نظرية بيتاغور

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2$

$= 64 + 36 = 100$

$BC = \sqrt{100} = 10$

الارتفاع [AH] من A على [BC]

$AB \times AC = AH \times BC$

$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4,8$

$AB^2 = BH \times BC$

$BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{8^2}{10} = \frac{64}{10} = 6,4$

$AC^2 = CH \times BC$

$CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{6^2}{10} = \frac{36}{10} = 3,6$

I منتصف [AB] و J منتصف [BC]

في ABC وبما أن:

I منتصف [AB] و J منتصف [BC]

فإن: $(IJ) // (AC)$, $IJ = \frac{1}{2} AC$

$IJ = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3$

في المثلث ABC

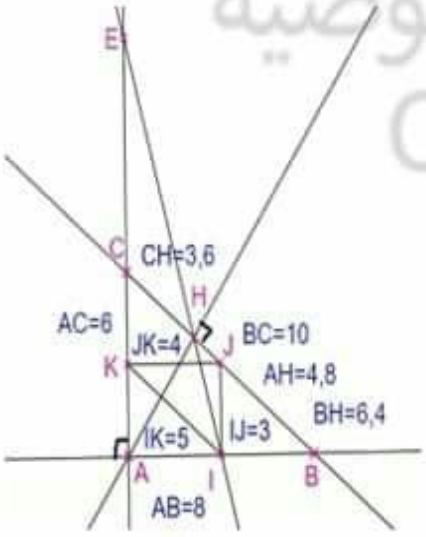
لما أن:

[AC] تحتوي K و [BC] تحتوي J

فإن:

$(JK) // (AB)$, $JK = \frac{1}{2} AB$

$JK = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$



مستطيل AIJK

بما أن: $(IJ) // (AH)$ و $IJ = \frac{1}{2} AC = AK$

و $(JK) // (AI)$ و $JK = \frac{1}{2} AB = AI$

فإن: AIJK متوازي أضلاع

لأن: الضلعين المتقابلان متوازيان ومتقايسان منشئ مستطيل

و بما أن: $\widehat{KAI}$ زاوية قائمة

فإن: AIJK مستطيل

لأن: متوازي أضلاع له زاوية قائمة

51317667
+21655611591

دروس خصوصية Online
دروس خصوصية Online
موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

المثلث ACH قائم في H ووتره [AC]
k منتصف الوتر [AC]
k مركز الدائرة المحيطة بـ ACH
شعاع kA = kC = kH =
$HK = AK = \frac{AC}{2} = \frac{6}{2} = 3$

المثلث ABH قائم في H ووتره [AB]
I منتصف الوتر [AB]
I مركز الدائرة المحيطة بـ ABH
شعاع IA = IB = IH = 4cm
$IA = IB = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$HJ = BC - CH - BJ$
$HJ = 10 - 3,6 - 5$
$HJ = 1,4$

وضعية الفراشة
(CE) // (IJ)
و E, H, J على استقامة واحدة
و E, H, I على استقامة واحدة
حسب مبرهنة طالس

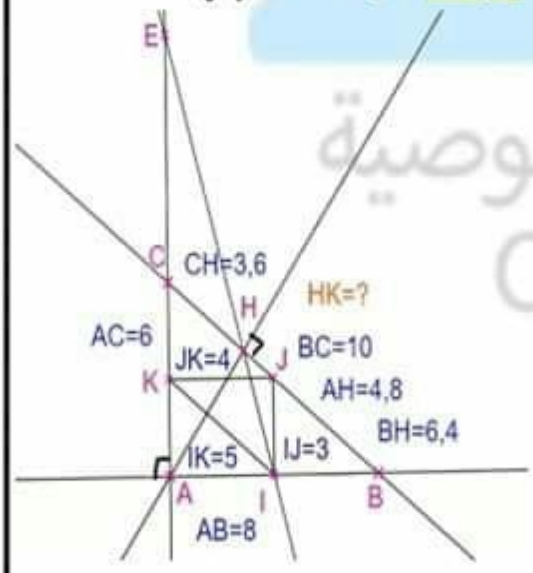
$\frac{CE}{IJ} = \frac{CH}{HJ} = \frac{HE}{HI}$

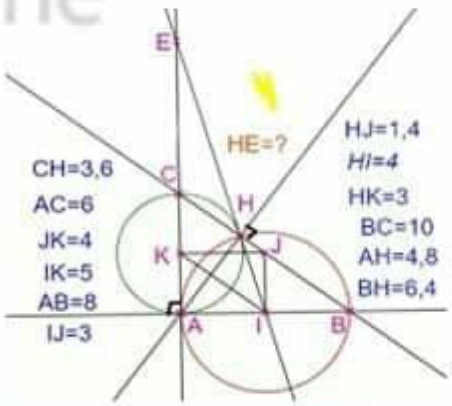
$\frac{CE}{3} = \frac{3,6}{1,4} = \frac{HE}{4}$

$\frac{CE}{3} = \frac{3,6}{1,4} = \frac{HE}{4}$

$CE = \frac{3 \times 3,6}{1,4} = \frac{108}{14} = \frac{54}{7}$

$HE = \frac{4 \times 3,6}{1,4} = \frac{144}{14} = \frac{72}{7}$





موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

تذكير بمبرهنة طالس

① في المثلث ABC
② (DE)//(BC)
③ A وD وB على إستقامة واحدة
④ A وE وC على إستقامة واحدة
⑤ حسب مبرهنة

$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$ و $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$

---

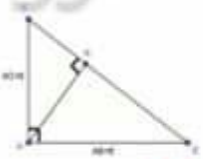
① وضعية الفراشة
② (FG)//(HI)
③ F وJ وI على إستقامة واحدة
④ G وJ وH على إستقامة واحدة
⑤ حسب مبرهنة طالس

$\frac{JF}{JI}=\frac{JG}{JH}=\frac{FG}{HI}$

تمرين 4. ص 9

① ABC قائم في A حيث: AB=8 و AC=6

ت 1. ② H المسقط العمودي لـ A على (BC)



ت 1. ③ أحسب BC ؟

س 10 ر 24

في ABC القائم في A وتر BC

حسب نظرية بيتاغور

$BC^2=AB^2+AC^2$

$BC^2=8^2+6^2=64+36=100$

$BC=\sqrt{100}=10$

ت 1. ④ أحسب AH

س 4,8 ر ك

مساحة المثلث ABC

$\frac{AB\times AC}{2}=\frac{AH\times BC}{2}$

$AB\times AC=AH\times BC$

$AH=\frac{AB\times AC}{BC}$

$AH=\frac{8\times 6}{10}=\frac{48}{10}=4,8$

$AH=4,8$

ت 2. ⑤ أحسب CH ؟

س 4,8 ر ك

طريقة أولى:

في ACH القائم في H

حسب نظرية بيتاغور

$AH^2+CH^2=AC^2$

$CH^2=AC^2-AH^2=6^2-4,8^2=36-23,04=12,96$

$CH=\sqrt{12,96}=3,6$

ت 2. ⑥ طريقة ثانية:

$AC^2=CH\times BC$

$CH=\frac{AC^2}{BC}=\frac{6^2}{10}=\frac{36}{10}=3,6$

$CH=3,6$

ت 3. ⑦ I منتصف [AB]
J منتصف [BC]
K منتصف [AC]
⑨ بيّن أنّ: (AC)//(IJ)

في ABC:

بما أنّ:
I منتصف [AB]
و J منتصف [BC]

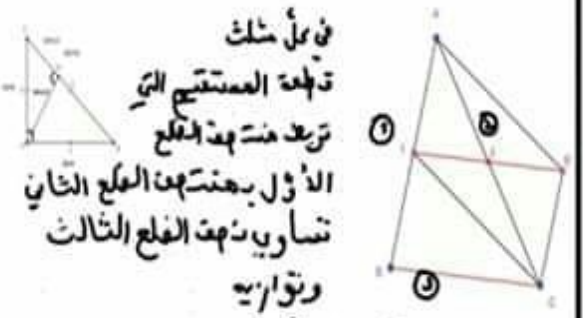
فإنّ:

$(IJ)//(AC)$ و $IJ=\frac{1}{2}AC$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

في كل مثلث
تقاطع المستقيم التي
تربط منتصف ضلع
الأول بمنتصف الضلع الثاني
تساوي نصف الضلع الثالث
وتوازيه



في ABC : $\begin{cases} I \text{ منتصف } [AB] \\ J \text{ منتصف } [AC] \end{cases}$ $(IJ)\parallel(BC)$ و $IJ=\frac{1}{2}BC$

ن 1- ⑪ أحسب JH

س 46 ر 1

$JH = BH \cdot BJ$

$= BC \cdot CH \cdot \frac{BC}{2}$

$= 10 \cdot 3{,}6 \cdot \frac{10}{2} = 10 \cdot 3{,}6 \cdot 5$

$JH = 1{,}4$

ت 1- ⑪

بيّن أنّ: AIJK مستطيل

بما أنّ:
I منتصف [AB]
J منتصف [BC]

فإنّ:
$(IJ)\parallel(AK)$ و $IJ=\frac{1}{2}AC=AK$

وبما أنّ:
J منتصف [BC]
K منتصف [AC]

فإنّ:
$(JK)\parallel(AI)$ و $JK=\frac{1}{2}AB=AI$

وبما أنّ:
$(IJ)\parallel(AK)$ و $IJ=AK$
$(JK)\parallel(AI)$ و $JK=AI$

فإنّ:
AIJK متوازي أضلاع

لأنّ:
الضلعان المتقابلان متوازيان
ومتقايسان مثنى مثنى

وبما أنّ:
AIJK متوازي أضلاع
وله زاوية قائمة (A قائم في المعطى)

فإنّ: AIJK مستطيل

لأنّ: كل متوازي أضلاع له زاوية قائمة فهو مستطيل

دروس خصوصية Online

51317667
+21655611591

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$AB \times AC = AH \times BC$

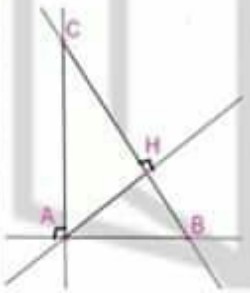
$AB = \frac{AH \times BC}{AC}$

$AC = \frac{AH \times BC}{AB}$

$BC = \frac{AB \times AC}{AH}$

$AH = \frac{AB \times AC}{BC}$

	1	2	3	4	5	6
	AB	AC	BC	AH	BH	CH
1	8	15				
2	5			3		
3		5	13			
4			9		4	
5					16	9
6	5	12				
7	13			5		
8		35	37			
9			128		72	
10					8	2



1) $AB \times AC = AH \times BC$
2) $BC^2 = AB^2 + AC^2$
3) $AB^2 = AH^2 + BH^2$
4) $AB^2 = BH \times BC$
5) $AC^2 = AH^2 + CH^2$
6) $AC^2 = CH \times CB$
7) $AH^2 = HB \times HC$

العلاقات القياسية في المثلث القائم

ABC مثلث قائم الزاوية في A
ودرجه [BC]
[AH] الارتفاع الصادر من A
على (BC)

مساحة ABC:

$\frac{AB \times AC}{2} = \frac{AH \times BC}{2}$

$AB \times AC = AH \times BC$

1) في المثلث ACH القائم في H ودرجه [AC]
2) حسب نظرية بيتاغور
3)

$AH^2 + HC^2 = AC^2$

$AB^2 = BH \times BC$

$AC^2 = CH \times CB$

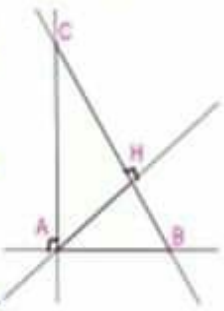
$AH^2 = HB \times HC$

العلاقات القياسية في المثلث القائم

ABC قائم في A ودرجه [BC]
[AH] الارتفاع من A على (BC)
H المسقط العمودي لـ A على (BC)

ملخص القوانين:

1) $AB \times AC = AH \times BC$
2) $BC^2 = AB^2 + AC^2$
3) $AB^2 = AH^2 + BH^2$
4) $AB^2 = BH \times BC$
5) $AC^2 = AH^2 + CH^2$
6) $AC^2 = CH \times CB$
7) $AH^2 = HB \times HC$



موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

تمرين

ABC مثلث حيث $BC=5$ و $AC=4$ و $AB=6$

ت 2 - (11) I من $[AB]$ حيث $AI=2,5$

ت 2 - (12) Δ المار من I والموازي لـ (BC)

ت 2 - (13) $\Delta \cap (AC) = \{J\}$

ت 2 - (14) أحسب AJ

(15) أحسب CJ

(16) أحسب IJ

في ABC

$(IJ) // (BC)$

A و J و C على استقامة واحدة

A و I و B على استقامة واحدة

حسب مبرهنة طالس

$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$ و $\frac{AI}{IB} = \frac{AJ}{JC}$

$\left(\frac{2,5}{6}\right) = \frac{AJ}{4} = \frac{IJ}{5}$ $\quad \frac{2,5}{3,5} = \frac{5}{JC}$

$AJ = \frac{4 \times 2,5}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$IJ = \frac{5 \times 2,5}{6} = \frac{12,5}{6} = \frac{125}{60} = \boxed{\frac{25}{12}}$

$\frac{25}{35} = \frac{5}{JC}$

$JC = \frac{35 \times 5}{25} = \frac{35 \times 5}{25} = \frac{7}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{5}$

$\boxed{JC = \frac{7}{5}}$

تمرين 1.

(1) ABC متقايس الأضلاع ضلعه 4 cm

(2) I منتصف $[BC]$

(3) J منتصف $[AC]$

(4) E مناظرة A بالنسبة لـ I

(5) بيّن أنّ: ABEC معيّن ✓

لماذا:

I منتصف $[BC]$ (معطى)

I منتصف $[AE]$ (E مناظرة A بالنسبة لـ I)

ثمّ:

فإنّ ABEC متوازي أضلاع

ثمّ:

لقطرين $[AE]$ و $[BC]$ يتقاطعان في منتصفيهما I

ا

وبما أنّ:

ABEC متوازي أضلاع

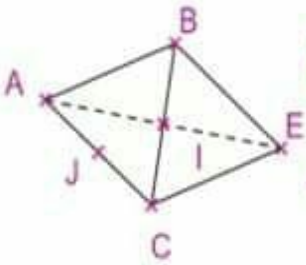
و $AB = AC$ (ABC متقايس الأضلاع)

فإنّ:

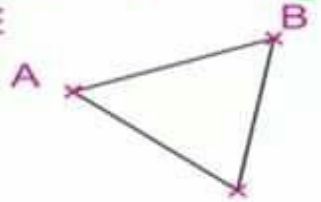
ABEC معيّن

لأنّ:

ABEC متوازي أضلاع وله ضلعان متتاليان متقايسان



ينتج عن ذلك: $[AE] \perp [BC]$

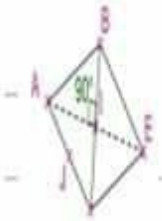


موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

3

ت ا. ① أحسب AE



ABI قائم في I ووتره [AB]
حسب نظرية بيتاغور

$AI^2 = AB^2 - BI^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12 = 4 \times 3$

$AI = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

$AE = 2AI = 2 \times 2\sqrt{3} = \boxed{4\sqrt{3}}$

أحسب S_{ABEC} مساحة ABEC

$S_{ABEC} = \frac{AE \times BC}{2} = \frac{4\sqrt{3} \times 4}{2} = \boxed{8\sqrt{3}\ cm^2}$

ت ا. ②

① F مناظرة B بالنسبة لـ J

② H مناظرة F بالنسبة لـ A

③ $(AF) \cap (BE) = \{H\}$

④ بين أن: EFH متقايس الأضلاع

بما أن: A منتصف [HF]

[HE] منتصف B

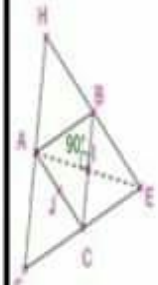
فإن: $EF = 2AB = 2 \times 4 = 8$

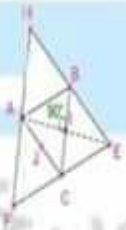
بما أن: B منتصف [HE]

C منتصف [FE]

فإن: $HF = 2BC = 2 \times 4 = 8$

وبما أن: A منتصف [HF] و C منتصف [EF] فإن: $HE = 2BC = 8$





أحسب AE

ABI قائم في I ووتره [AB]
حسب نظرية بيتاغور

$AI^2 = AB^2 - BI^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12 = 4 \times 3$

$AI = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

$AE = 2AI = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

أحسب S_{ABEC} مساحة ABEC

$S_{ABEC} = \frac{AE \times BC}{2} = \frac{4\sqrt{3} \times 4}{2} = 8\sqrt{3}\ cm^2$

ت ا. ②

① F مناظرة B بالنسبة لـ J

② H مناظرة F بالنسبة لـ A

③ $(AF) \cap (BE) = \{H\}$

④ بين أن: EFH متقايس الأضلاع

بما أن: A منتصف [HF]

[HE] منتصف B

فإن: $EF = 2AB = 2 \times 4 = 8$

بما أن: B منتصف [HE]

C منتصف [FE]

فإن: $HF = 2BC = 2 \times 4 = 8$

وبما أن: A منتصف [HF] و C منتصف [EF] فإن: $HE = 2BC = 8$

51317667
+21655611591

دروس خصوصية Online
دروس خصوصية Online

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

تمرين 1. ①

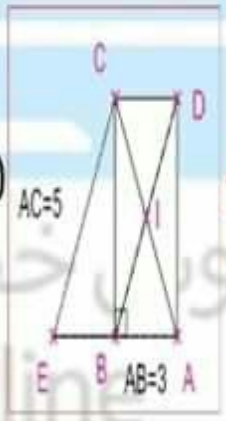
① ABC قائم في B حيث BC=5 و AB=3

② I منتصف [AC]

③ (حيث I منتصف [BD]
(مناظرة B بالنسبة لـ I

④ E مناظرة A بالنسبة لـ B

⑤ بيّن أنّ: ABCD مستطيل



بما أنّ: I منتصف القطرين [AC] و [BD]

فإنّ: ABCD متوازي أضلاع

وبما أنّ: $AB \perp BC$

فإنّ: ABCD مستطيل

$IF = IC \times \frac{IB}{IA}$

بما أنّ: $IE = IB \times \frac{IB}{IA}$ و $IF = IC \times \frac{IB}{IA}$

فإنّ: $IE = IF$

وبما أنّ: I تنتمي إلى القطعة [EF] واحدة

وبالتالي: I منتصف [EF]

⑥ بيّن أنّ: BECD متوازي أضلاع

بما أنّ:

$(AB) // (CD)$ و $CD = AB$

(لأنّ ABCD مستطيل)

$BE = AB$ و (B منتصف [AE])

$(BC) // (AD)$ و (على استقامية)

فإنّ: $BE = CD$ و $(BE) // (CD)$

وبالتالي: BECD متوازي أضلاع

⑦ أحسب: BD.

في ABC القائم في B وتره [AC]

حسب نظرية بيتاغور:

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$AC = BD = \sqrt{34}$

لأنّ: قطر المستطيل متقايسان

⑧ بيّن أنّ: ACE متقايس الضلعين

بما أنّ:

(BECD متوازي أضلاع) $CE = BD$

و $AC = BD$ (ABCD مستطيل)

فإنّ:

$CE = AC$

وبالتالي:

ACE متقايس الضلعين في C

ينتج من ذلك: $\hat{CAE} = \hat{CEA}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

⑨ M منتصف [CE]

⑩ بيّن أنّ: (AC)//(BM)

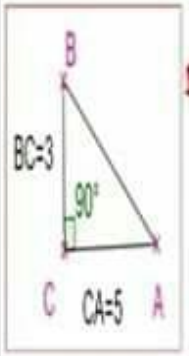
في ACE:
بما أنّ: B منتصف [AE] و M منتصف [CE]
فإنّ: (AC)//(BM) و $BM=\frac{1}{2}AC$

⑪ بيّن أنّ: MBC معيّن

بما أنّ:
(MB)//(AC) أي (MB)//(Ci)
و $MB=\frac{1}{2}AC=Ci$

فإنّ:
MBiC متوازي أضلاع
لأنّ:
الضلعان المتقابلان [BM] و [Ci] متوازيان ومتقايسان
وبما أنّ:
$CM=Ci$ $\left(CM=\frac{1}{2}CE=\frac{1}{2}CA=Ci\right)$
فإنّ:
MBiC معيّن
لأنّ:
MBiC متوازي أضلاع وله ضلعان متتاليان متقايسان
CM=Ci

تمرين 2 ـ ⑫

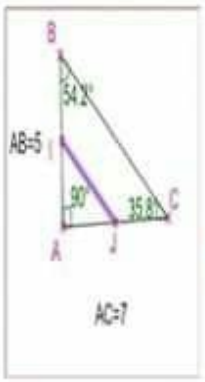


ABC قائم في C حيث AC=5 ، BC=3
أحسب P_{ABC} محيط المثلث ABC

ABC قائم في C ومرتّ [AB]
حسب نظرية بيتاغور
$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$
$P_{ABC}=AB+AC+BC=\sqrt{34}+5+3=8+\sqrt{34}$

تمرين 3 ـ ⑬

ABC قائم في A حيث: AB=5 ، AC=7



I منتصف [AB]
J منتصف [AC]
أحسب: IJ

ABC قائم في A ومرتّ [BC]
حسب نظرية بيتاغور
$BC=\sqrt{AC^2+AB^2}=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{49+25}=\sqrt{74}$

$IJ=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{74}}{2}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM