موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

Prof : Hidri Younes Elhoussayni
Tel : 00216 54 813 037

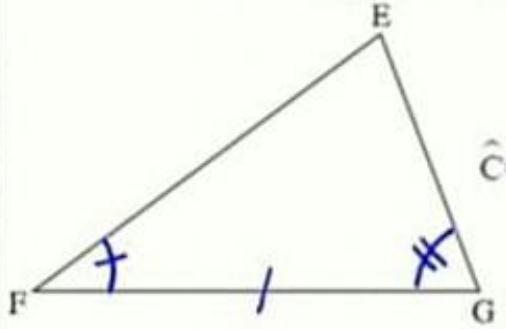
II حالات تقايس المثلثات

الحالة الأولى لتقايس المثلثات

نشاط 1 أرسم على ورق شفاف مثلثا MNP حيث MN=3cm و $\hat{M}=25°$ و $\hat{N}=70°$

2) تحقق أنّ المثلث الّذي رسمته ينطبق على المثلث الّذي رسمه أحد زملائك

3) يمثّل الرسم المقابل مثلثا EFG

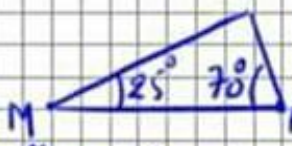


أ) أرسم مثلثا ABC حيث BC=FG و $\hat{B}=\hat{F}$ و $\hat{C}=\hat{G}$

ب) تحقق أنّ المثلثين ABC وEFG متقايسان.

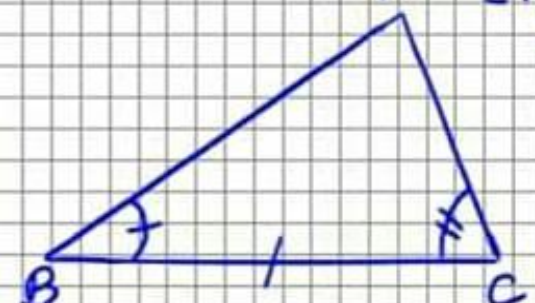
4) ماذا تستنتج ؟

1



2 نتحقق أنّ المثلث الذي رسمته ينطبق على المثلث الذي رسمه أحد زملائك إذن المثلثين متقايسان.

3 أ-



ب- بعد رسم المثلث ABC على ورق شفاف نتحقق بأنّه ينطبق على المثلث EFG إذن المثلثين ABC و EFG متقايسان.

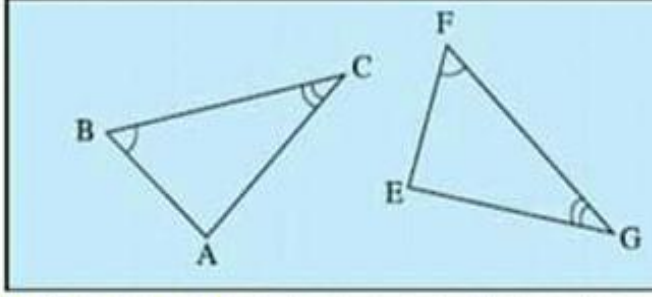
Tous les droits sont réservés.

Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacade

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

الحالة الأولى: يتقايس مثلثان إذا قايس ضلع والزاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا والزاويتين المجاورتين له في الثاني



وينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر الأخرى مثنى مثنى :

$\widehat{BAC} = \widehat{FEG}$
$AB = EF$
$AC = EG$

لتطبيقات :

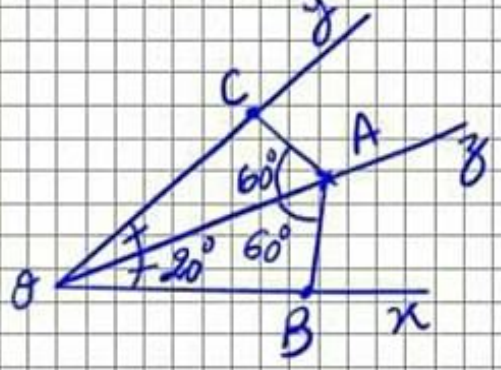
1) أ) أرسم زاوية $\widehat{xOy}$ قيسها $40°$ و نقطة A من منصفها $[Oz)$.

ب) ابن على $[Ox)$ نقطة B و ابن على $[Oy)$ النقطة C حيث $\widehat{OAC} = \widehat{OAB} = 60°$.

ج) بيّن أنّ المثلثين OAB و OAC متقايسان

د) استنتج أنّ OC=OB.

ب) أنظر الرسم



ج) في المثلثين OAB و OAC لدينا:

* $\widehat{AOB} = \widehat{AOC}$ لأن $[Oz)$ منصف $\widehat{xOy}$ الزاوية
$A \in [Oz)$ ، $C \in [Oy)$ و $B \in [Ox)$
* $\widehat{OAB} = \widehat{OAC}$ (معطى)
* $[OA]$ ضلع مشترك

إذن حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة نستنتج أنّ المثلثين OAB و OAC متقايسان.

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
Tél : 00216 54 813 037
@younesacadem

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

لنا ممّا سبق المثلثين OAB و OAC متقايسان إذن ينتج عن هذا التقايس تقايس بقيّة العناصر النّظيرة المتناظرة الأخرى مثنى مثنى:

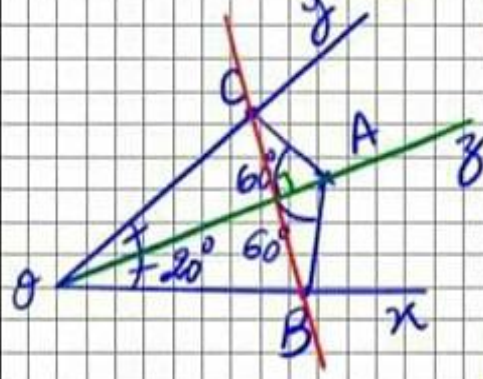
جدول العناصر النّظيرة:

O	A	C
O	A	B

$AB = AC$: إذن $[AB]$ نظير $[AC]$

$OB = OC$: إذن $[OB]$ نظير $[OC]$

$\widehat{ABO} = \widehat{ACO}$ إذن $\widehat{ABO}$ نظيرة $\widehat{ACO}$



ه) أثبت أنّ (OA) عمودي على (BC)

لنا ممّا سبق: $AC = AB$

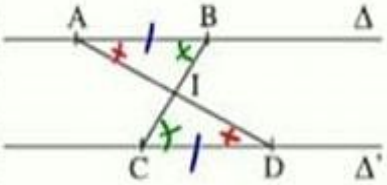
$OC = OB$

إذن A و O نقطتان تبعدان نفس البعد عن طرفي القطعة $[BC]$

ومنه (AO) هو الموسط العمودي لـ $[BC]$

إذن: $(AO) \perp (BC)$.

2 لاحظ الرسم المقابل حيث Δ و Δ' مستقيمان متوازيان و $AB = CD$. I نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (CB).



أ) بيّن أنّ المثلثين ABI و CDI متقايسان.

ب) استنتج أنّ النقطة I منتصف كلّ من [AD] و [BC]

أ) في المثلثين ABI و CDI لنا:

* $AB = CD$ (معطى)
* $\widehat{IAB} = \widehat{ICD}$ لأنّ $\widehat{IAB}$ و $\widehat{ICD}$ متبادلان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AC) مع المستقيمين المتوازيين (AB) و (CD) على التوالي في النقطتين A و C

Tous les droits sont r éserv és.

Adresse : Cit é 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
00216 54 813 037
@younesacadem

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

$\widehat{ICD} = \widehat{BAI}$ (نفس القيس)

إذن حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة نستنتج أنّ المثلثين ABI و CDI متقايسان.

ب) تبرير: M منتصف [AB]

يعني (A مناظرة B بالتمثيل إلى M)

يعني: (MA=MB و M، A و B ثلاث نقاط على إستقامة واحدة).

لنا متقايسة ABI و CDI مثلثين متقايسان إذن ينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى مثنى مثنى

جدول العناصر النظيرة:

A	B	I
D	C	I

* [IB] نظير [IC] إذن: IC = IB

* [IA] نظير [ID] إذن: ID = IA

لنا $(AD) \cap (BC) = \{I\}$ إذن: $I \in (AD)$ و $I \in (BC)$

وبالتالي: I، A و D على إستقامة واحدة

I، B و C على إستقامة واحدة

لنا متقايسة: I، A و D على إستقامة واحدة و ID = IA

إذن I منتصف [AD]

و I، B و C على إستقامة واحدة و IC = IB

إذن I منتصف [BC]

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
0216 54 813 037
@younesacaden

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

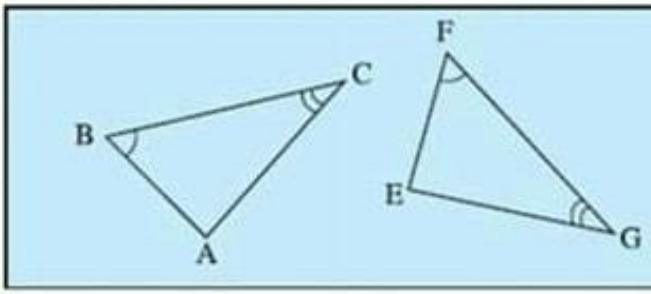
موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

ée avec une version d'essai de

Prof : Hidri Younes Elhoussayni
Tel : 00216 54 813 037

تذكير :

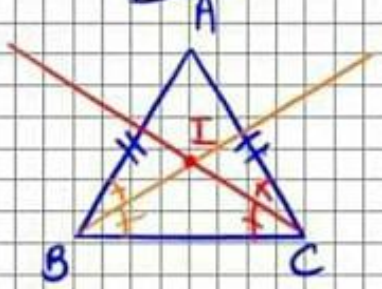
الحالة الأولى: يتقايس مثلثان إذا قايس ضلع والزاويتان المحاورتان له في أحدهما ضلعا والزاويتين المحاورتين له في الثاني



3 أ) أرسم مثلثا ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A. لتكن I نقطة تقاطع منصفي الزاويتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$.

ب) بيّن أنّ BI=CI.

أ) أنظر الرسم



ب) في المثلثين AIB و AIC لدينا :

* AB = AC (لأنّ ABC مثلث متقايس الضلعين قمّته الرئيسيّة A)

* $A\hat{B}I = A\hat{C}I$ (لأنّ ABC مثلث متقايس الضلعين قمّته الرئيسيّة A) ($A\hat{B}C = A\hat{C}B$)

و [BI] منصّف الزاوية $A\hat{B}C$

و [CI] منصّف الزاوية $A\hat{C}B$

* $B\hat{A}I = C\hat{A}I$ (لأنّ I نقطة تقاطع منصّفي الزاويتين $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$)

إذن (AI) هو المستقيم الحامل لمنصّف الزاوية $B\hat{A}C$

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacader

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

...ن حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة نستنتج أنّ المثلثين IAB و IAC متقايسان وينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى مثنى مثنى ومنه:

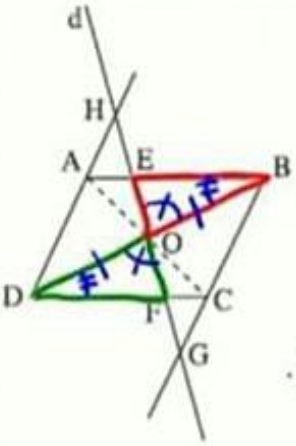
$BI = CI$

تمرين مرفق بحل :

يمثّل الشكل المقابل متوازي الأضلاع ABCD مركزه O و d مستقيما يمرّ من O ويقطع كلاّ من (AB) في E و (CD) في F و (BC) في G و (AD) في H.

1) قارن المثلثين OBE و ODF. استنتج أنّ O هي منتصف [EF].

2) بيّن أنّ O هي منتصف [GH].



1) لنا: d مستقيما يمرّ من O ويقطع (AB) في E و (CD) في F حيث (AB)//(CD) لأنّ ABCD متوازي أضلاع

إذن: (EB)//(DF)

* $\widehat{EBO}$ و $\widehat{ODF}$ زاويتان متبادلتان داخليا حاصلتان عن تقاطع المستقيم (BD) مع المستقيمين المتوازيين (EB) و (DF) على التوالي في النقطتين B و D إذن فهما متقايستان.

* $\widehat{DOF} = \widehat{EOB}$ (لأنهما زاويتان متقابلتان بالرأس)

* $OD = OB$ لأنّ ABCD متوازي أضلاع مركزه O.

في المثلثين OBE و ODF لنا:

* $OD = OB$
* $\widehat{ODF} = \widehat{EBO}$
* $\widehat{DOF} = \widehat{EOB}$

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacadem
0216 54 813 037

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

إذن حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات نستنتج أنّ المثلثين OGE و ODF متقايسان.

* ينتج عن تقايس المثلثين OGE و ODF تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى متناظر ومنه OE=OF (1)

بما أنّ المستقيم d يمر من O ويقطع (AB) في E و (DC) في F فإنّ O، E و F ثلاثة نقاط على استقامة واحدة (2)

نستنتج من (1) و (2) أنّ O منتصف [EF].

2) بيّن أنّ O هي منتصف [GH].

في المثلثين OCG و OAH لنا:

* OA = OC (لأنّ ABCD متوازي أضلاع مركزه O)
* $C\hat{O}G = A\hat{O}H$ لأنّهما زاويتان متقابلتان بالرأس
* $O\hat{C}G = H\hat{A}O$ (زاويتان متبادلتان داخليا حيث: (AH)//(CG) و (AC) قاطعهما)

إذن حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات فإنّ المثلثين OCG و OAH متقايسان وينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى متناظر ومنه OG=OH (3)

وبما أنّ المستقيم d يمر من O ويقطع (AD) في H و (BC) في G فإنّ O، H و G على استقامة واحدة (4)

من (3) و (4) نستنتج أنّ O منتصف [GH].

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacademy
Tél : 00216 54 813 037

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

ج) أثبت أنّ (AG) // (HC)

لدينا مقاسبق ه منتصف [HG] ، ه منتصف [AC]

إذن قطرا الرباعي AHCG يتقاطعان في منتصفهما

إذن هو متوازي أضلاع

وبالتالي: (AG) // (HC).

د) أثبت أنّ (AF) // (EC)

لدينا مقاسبق المثلثين DEB و DFC متقايسين وينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى

منه منتصف [EB] ومنه EB = DF.

لدينا ABCD متوازي أضلاع إذن AB = CD

حيث E ∈ [AB] و F ∈ [DC] إذن:

AB = AE + EB
CD = CF + DF

ومنه: { AE = CF
(AE) // (CF)

ولدينا AECF: إذن متوازي أضلاع

وبالتالي: (EC) // (AF).

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacadem
0216 54 813 037

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

الحالة الثانية لتقايس المثلثات :

نشاط 1

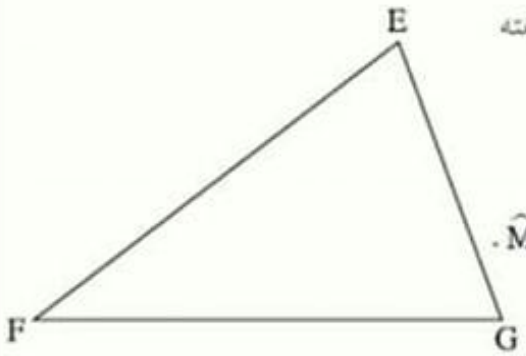
1) أرسم على ورق شفاف مثلثا ABC حيث AB=4cm و AC=3cm و $\widehat{BAC}=40°$ ثمّ تحقق أنّ المثلث الّذي رسمته ينطبق على المثلث الّذي رسمه أحد زملائك.

2- يمثّل الرسم المقابل مثلثا EFG

أ) أرسم مثلثا MNP حيث MN=EF و MP=EG و $\widehat{M}=\widehat{E}$.

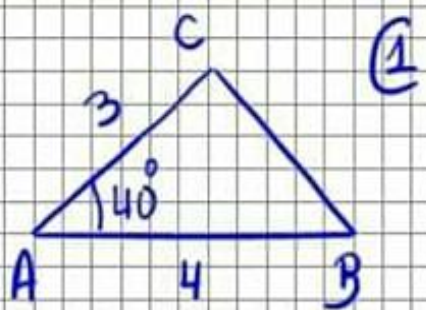
ب) تحقق أنّ المثلثين EFG و MNP متقايسان.

ج) ماذا تستنتج ؟

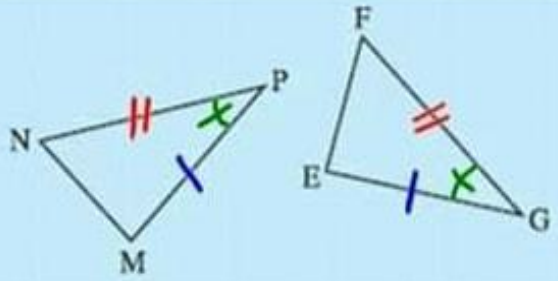


نتحقق بواسطة الورق الشفاف أنّ المثلث الذي رسمته ينطبق على المثلث الذي رسمه أحد زملائك إذن فهما متقايسان.

1)



الحالة الثانية : يتقايس مثلثان إذا قايس ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحدهما ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في الثاني.



Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacadem
00216 54 813 037

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

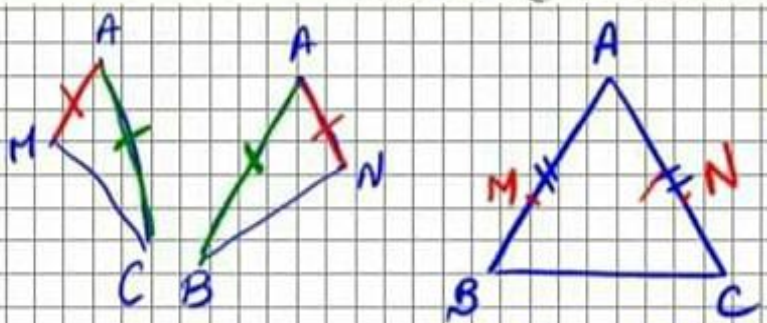
لطيف :

1) أ) أرسم مثلثا ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A.

ب) عيّن على [AB] نقطة M و على [AC] نقطة N بحيث AM=AN.

ج) قارن المثلثين ANB و AMC.استنتج أنّ CM=BN

ب) أنظر الرسم



ج) في المثلثين ANB و AMC لنا:

* AN = AM (معطى)
* AB = AC (لأن ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A).
* $\widehat{BAN} = \widehat{MAC}$ ($M \in [AB]$ و $N \in [AC]$)

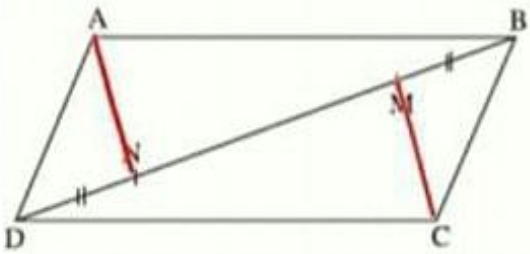
إذن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات نستنتج أنّ المثلثين ANB و AMC متقايسان وينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى مثنى مثنى و منه CM=BN

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
216 54 813 037
@younesacademy

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM



لاحظ الشكل المقابل حيث ABCD متوازي الأضلاع

و BM=DN .

بيّن أنّ AN=CM.

في المثلثين AND و BMC:

* $BM = DN$ (معطى)
* $BC = AD$ (لأن ABCD متوازي أضلاع)
* $\widehat{MBC} = \widehat{ADN}$ (لأستقامة و بتعامد متبادلتان داخليا (BC)//(AD))

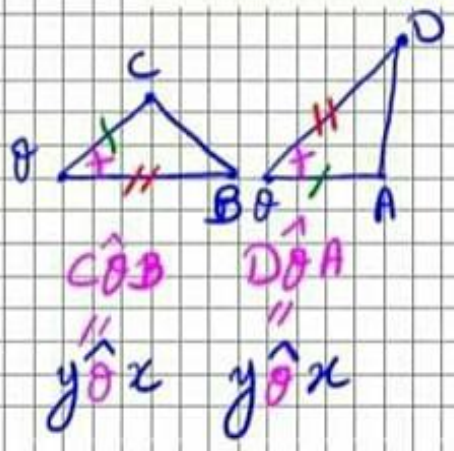
إذن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات فإن المثلثين AND و BMC متقايسان و ينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر المتناظرة الأخرى مثنى مثنى و منه: AN=CM.

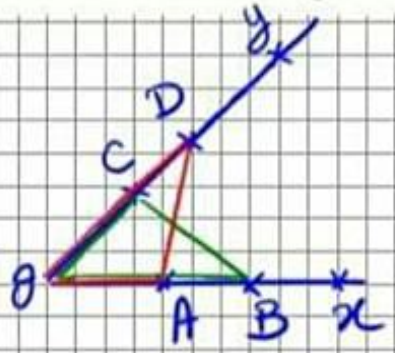
3) أ) أرسم زاوية حادّة $\widehat{xOy}$ ثمّ عيّن على [Ox] نقطتين A و B

وعلى [Oy] نقطتين C و D بحيث OA=OC و OB=OD

ب) بيّن أنّ المثلثين OAD و OCB متقايسان.

ج) استنتج أنّ AD=BC





(1

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacadem
00216 54 813 037

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

) في المثلثين OAD و OCB لدينا:

$OA = OC$ *

$OD = OB$ *

$A\hat{O}D = B\hat{O}C$ ($A, B \in [Ox)$ و $C, D \in [Oy)$)

إذن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة نستنتج أن المثلثين OAD و OCB متقايسان وينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى مثنى مثنى وعليه $AD = BC$.

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacademy
Tél : 00216 54 813 037

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

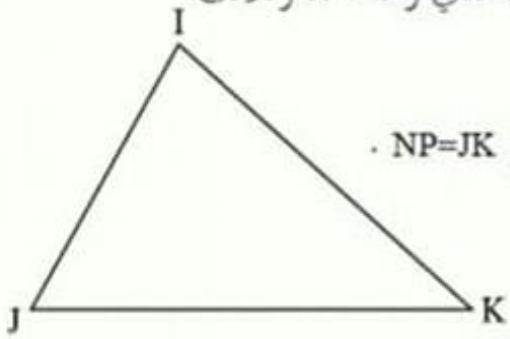
الحالة الثالثة لتقايس المثلثات :

نشاط 1

1) أ) أرسم على ورق شفاف مثلثا ABC حيث AB=3cm و AC=5cm و BC=6cm .

ب) تحقّق أن المثلث الّذي رسمته ينطبق على المثلث الّذي رسمه أحد زملائك.

2) يمثّل الرسم المقابل مثلثا IJK

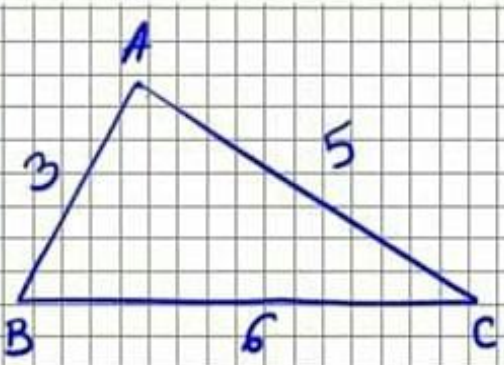


أ) أرسم مثلثا MNP حيث MN=IJ و MP=IK و NP=JK .

ب) تحقق أنّ المثلثين IJK و MNP متقايسان.

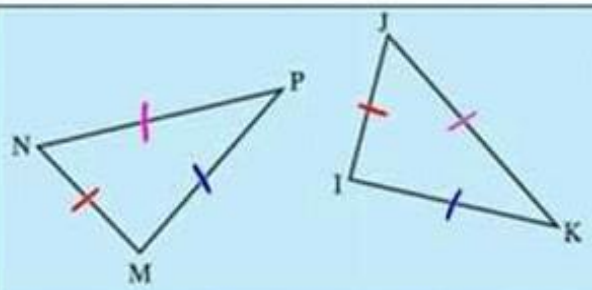
ج) ماذا تستنتج ؟

1) أ-



ب- نتحقق باستعمال الورق الشفاف أن المثلث الذي رسمته ينطبق على المثلث الذي رسمه أحد زملائي بالتالي المثلثين متقايسان.

الحالة الثالثة : يتقايس مثلثان اذا قايست الأضلاع الثلاثة في احدهما الاضلاع الثلاثة في الثاني مثنى مثنى



Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
@younesacademy
00216 54 813 037

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

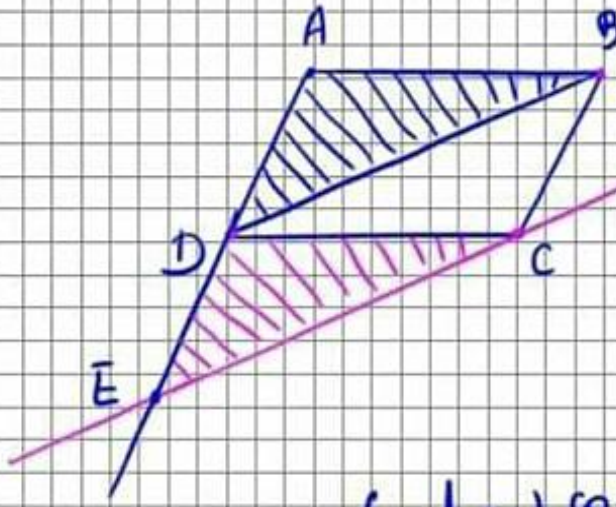
التمرين:

1 أ) أرسم متوازي الأضلاع ABCD. المستقيم المار من C و الموازي للقطر [DB] يقطع المستقيم (AD) في النقطة E.

ب) ما هي طبيعة الرباعي DBCE .

ج) استنتج تقايس المثلثين DCE و ABD.

أ) أنظر الرسم



ب) لنا: (BD)//(EC) (معطى)
لأن: ABCD متوازي أضلاع (BC)//(AD)
و E∈(AD) إذن (BC)//(DE)
وبالتالي الرباعي DBCE متوازي أضلاع.

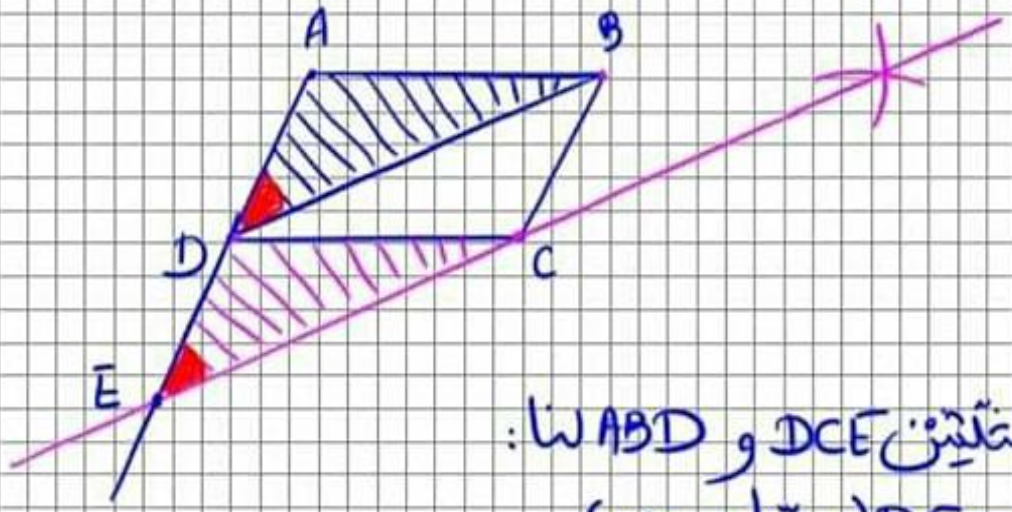
ج) ط1: في المثلثين DCE و ABD لنا:
* EC=DB (لأن DBCE متوازي أضلاع).
* DE=AD (لأن DBCE: DE=BC متوازي أضلاع
ABCD: AD=BC متوازي أضلاع)
* DC=AB (لأن ABCD متوازي أضلاع)
إذن حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات العامة نستنتج أن المثلثين DCE و ABD متقايسان.

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
00216 54 813 037
@younesacadem

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM



ط 2: في المثلثين DCE و ABD لنا:

* DE = AD (متقاسبق)
* EC = DB (متقاسبق)
* $D\hat{E}C = A\hat{D}B$ (زاويتان متماثلتان و(DB)//(EC)).

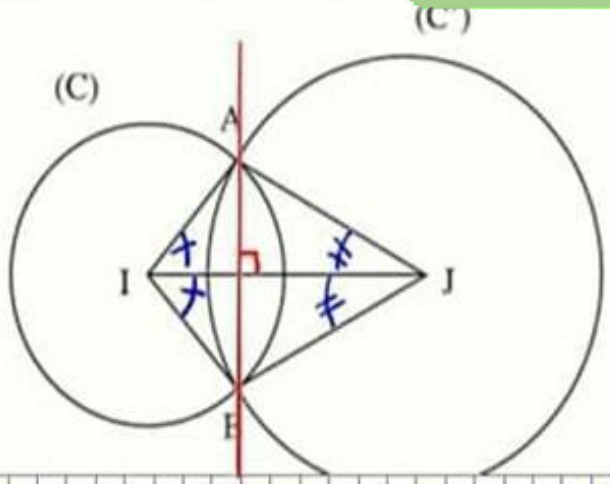
إذن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة نستنتج أنّ المثلثين DCE و ABD متقايسان.

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
(+216) 54 813 037
@younesacadem

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM



2 تأمّل الشكل المقابل.

ب) بيّن أنّ المثلثين BIJ و AIJ متقايسان.

ج) استنتج منصف الزاوية $\widehat{AIB}$ ومنصف الزاوية $\widehat{AJB}$.

ب- في المثلثين AIJ و BIJ لدينا:

* AI = BI (لأنهما شعاعان لنفس الدائرة (C))
* AJ = BJ (لأنهما شعاعان لنفس الدائرة (C'))
* [IJ] ضلع مشترك

إذن حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات نستنتج أنّ المثلثين BIJ و AIJ متقايسان

ج- لدينا متقايسان المثلثين BIJ و AIJ متقايسان وينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى متناظر ومنه $A\hat{I}J = B\hat{I}J$

$A\hat{I}J$ و $B\hat{I}J$ زاويتان متجاورتان ومتقايستان

إذن (IJ) هو منصف الزاوية $\widehat{AIB}$

د- بيّن أنّ (AB) ⊥ (IJ)

$\begin{cases} IA = IB \\ JA = JB \end{cases}$ إذن I و J نقطتان تبعدان نفس البعد عن طرفي القطعة [AB] ومنه (IJ) هو الموسط العمودي لـ [AB] وبالتالي: (AB) ⊥ (IJ).

Tous les droits sont réservés.

Adresse : Cité 18 Janvier Ettadhamen Ariana Ville : Tunis
Tél : 00216 54 813 037
@younesacademy

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM