موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

تقايس المثلثات

Prof Mohamed HM

Hammam chatt
Borj Cedria

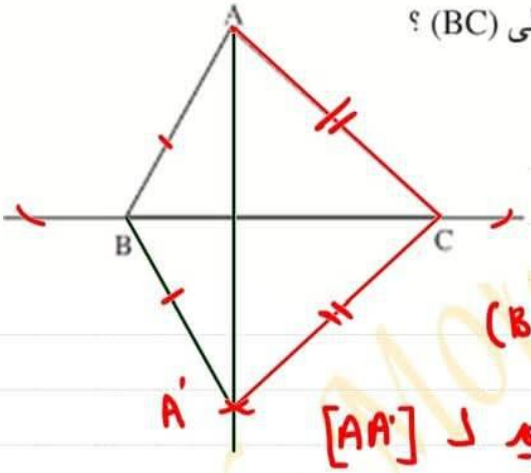
أستحضر

1 1. أنقل الشكل المقابل.

أ) ابن النقطة A' مناظرة النقطة A بالنسبة إلى (BC) ؟

ب) بيّن أنّ AB = A'B و AC = A'C

ج) بيّن أنّ $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$



ب) لنا:

ج) A' مناظرة A بالنسبة لـ (BC)

يعني (BC) هو الموسط العمودي لـ [AA']

ج) B ∈ (BC)

⇐ أذن AB = A'B

لنا:

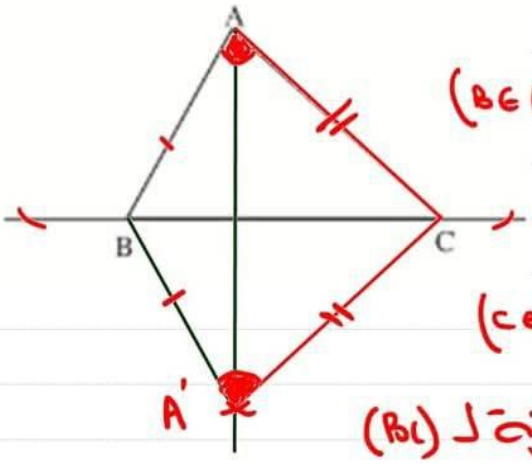
ج) A' مناظرة A بالنسبة لـ (BC)

يعني (BC) هو الموسط العمودي لـ [AA']

ج) C ∈ (BC) أذن Ac = A'c

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

ج) بيّن أنّ $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$



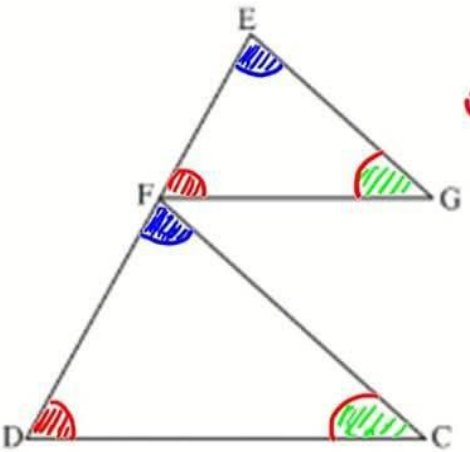
* مناظرة B لـ (Bc) هيB $(B \in (Bc))$
* مناظرة A لـ (Bc) هيA'
* مناظرة C لـ (Bc) هيC $(C \in (Bc))$

⇐ إذن مناظر الزاوية $\hat{BAC}$ بالنسبة لـ (Bc) هي $\hat{BA'C}$ و منه فإن $\hat{BAC} = \hat{BA'C}$ ✓

تذكير: التناظر المحوري يحافظ على أقيسة الزوايا

2. في الشكل المقابل لدينا : النقاط F و E و D على استقامة واحدة و (FC)//(EG) و (FG)//(DC)

أ) بيّن أن $\widehat{FEG} = \widehat{DFC}$ و $\widehat{EFG} = \widehat{FDC}$



* $\hat{FEG} = \hat{DFC}$ (زاويتان متماثلتان
نابجتان عن تقاطع مستقيمان
متوازيان هما (FC) و (EG)
و قاطع لهما (ED))
* $\hat{EFG} = \hat{FDC}$ (زاويتان متماثلتان
نابجتان عن تقاطع مستقيمان
متوازيان هما (FG) و (DC)
و قاطع لهما (FD))

ب) بيّن أنّ $\widehat{EGF} = \widehat{FCD}$

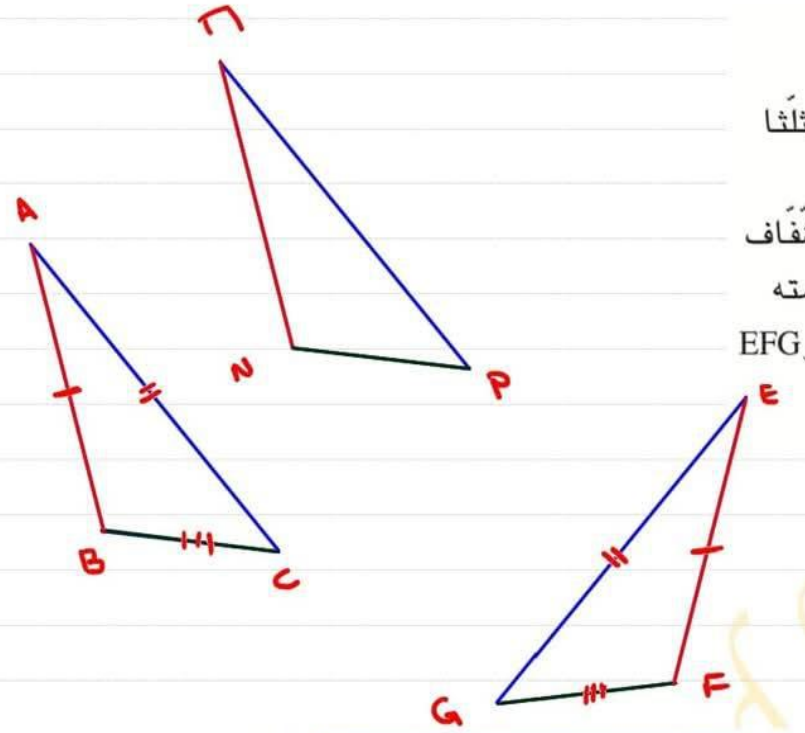
لدينا
* $\hat{EFG} = \hat{FDC}$
* $\hat{FEG} = \hat{DFC}$

$\hat{EGF} = 180° - (\hat{FEG} + \hat{GFE})$
$\hat{FCD} = 180 - (\hat{FDC} + \hat{DFC})$

إذن $\hat{EGF} = \hat{FCD}$ ✓

نشاط 1

أرسم على ورق شفّاف مثلّثا أبعاده 3cm و4cm و6cm .
تحقّق بواسطة الورق الشفّاف من تطابق المثلّث الّذي رسمته مع كلّ من المثلّثين ABC و EFG التاليين.



مثلّثان متقايسان هما مثلّثان متطابقان

3) قارن الأضلاع AB و EF ثمّ AC و EG ثمّ BC و FG .

ا) AB = EF

ب) AC = EG

ج) BC = FG

الأضلاع متقايسة مثنى مثنى

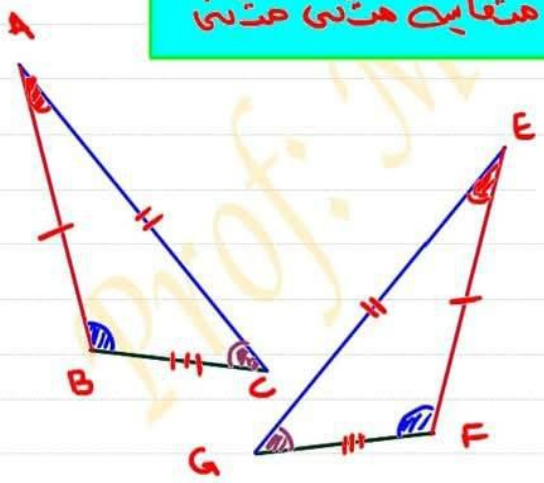
4) قارن الزّوايا Â و Ê ثمّ B̂ و F̂ ثمّ Ĉ و Ĝ .

ا) Â = Ê

ب) B̂ = F̂

ج) Ĉ = Ĝ

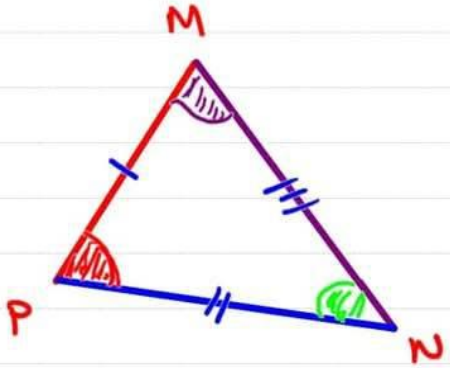
الزوايا متقايسة مثنى مثنى

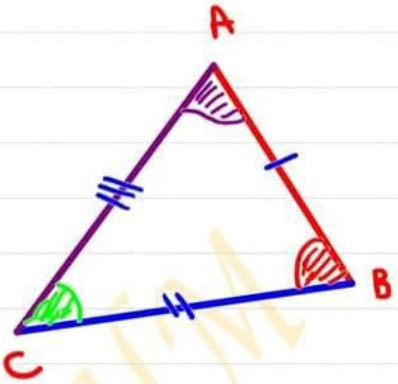


5) هل أنّ المثلّثين MNP و ABC متطابقان ؟

نعم MNP و ABC متطابقان لأنّ تقايس أضلاعهما و زواياهما مثنى مثنى

إذا تقايس مثلّثان فإنّ أضلعهما متقايسة
مثنى مثنى وزواياهما متقايسة مثنى مثنى





المثلثان ABC و MNP يتطابقان أو يتقايسان حسب الجدول التالي

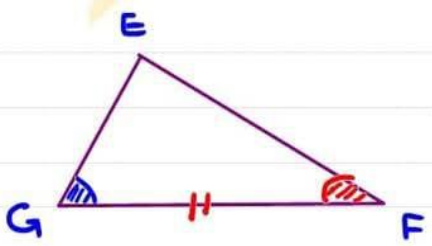
A	B	C
M	P	N

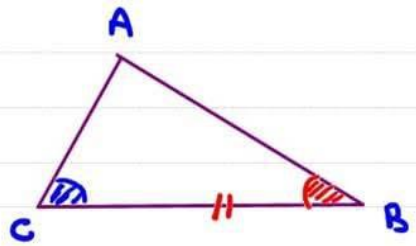
جدول الصامد المتقايسة

- ذ ذ الضلع [BC] هو [PN] ذ ذ الزاوية $\hat{A}$ هي الزاوية $\hat{M}$
- ذ ذ الضلع [AC] هو [MN] ذ ذ الزاوية $\hat{B}$ هي الزاوية $\hat{P}$
- ذ ذ الضلع [AB] هو [MP] ذ ذ الزاوية $\hat{A}$ هي الزاوية $\hat{M}$

حالات تقايس المثلثات العامة

الحالة الأولى لتقايس المثلّثات



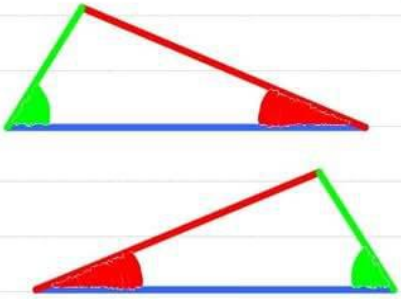


إذن المثلثان ABC و EFG متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة

$BC = GF$

$\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$

$\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$

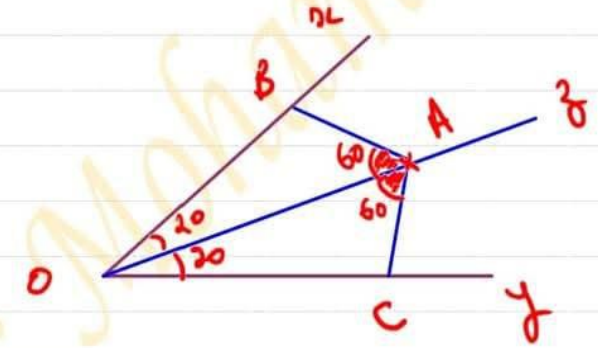


الحالة الأولى : يتقايس مثلّثان إذا قايس ضلع والزّاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا والزّاويتين المجاورتين له في الثّاني.

Prof: Mohamed HM

1) أ) أرسم زاوية $\widehat{XOY}$ قيسها $40°$ ونقطة A من منصفها $[Oz)$.

ب) ابن على $[Ox)$ نقطة B وابن على $[Oy)$ النّقطة C حيث $\widehat{OAB} = \widehat{OAC} = 60°$.



ج) بيّن أنّ المثلّثين OAB و OAC متقايسان

في المثلثين OAB و OAC لنا:

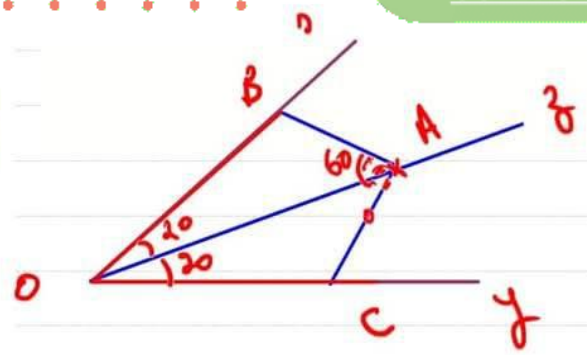
ب) $B\hat{O}A = C\hat{O}A$ لأن $[Oz)$ منصف الزاوية $\widehat{xOy}$ و $A \in [Oz)$ و $B \in [Ox)$ و $C \in [Oy)$

ج) $O\hat{A}C = O\hat{A}B$ (معطى)

د) $[OA]$ ضلع مشترك

إذن المثلثين OAB و OAC متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

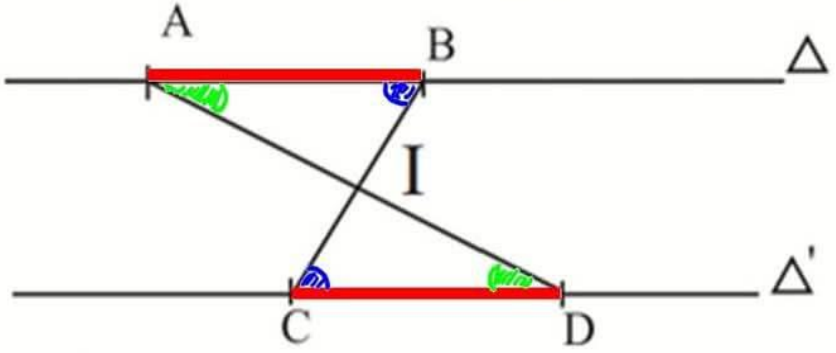


د) استنتج أنّ $OC = OB$.

ينتج عن تقايس المثلثين OAB و OAC تقايس بقية العناصر النظيرة

- نظير الضلع [OA] هو [OA] يعني OA = OA (ضلع مشترك)
  نظير الضلع [AB] هو [AC] يعني AB = AC
  نظير الضلع [OB] هو [OC] يعني OB = OC

2 لاحظ الرّسم حيث Δ و Δ' مستقيمان متوازيان و $AB = CD$.
I نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (CB)
أ) بيّن أنّ المثلثين ABI و CDI متقايسان.



في المثلثين ABI و CDI لدينا

ب) AB = CD (معطى)

ج) $\widehat{ABI} = \widehat{ICD}$ (زاويتان متبادلتان داخليا ناتجتان عن تقاطع مستقيمان متوازيان هما Δ و Δ' ($A,B \in \Delta$) و ($C,D \in \Delta'$) و قاطع لهما (BC) ; ($I \in [BC]$))

د) $\widehat{BAI} = \widehat{IDC}$ (زاويتان متبادلتان داخليا ناتجتان عن تقاطع مستقيمان متوازيان هما Δ و Δ' ($A,B \in \Delta$) و ($C,D \in \Delta'$) و قاطع لهما (AD) ; ($I \in [AD]$))

اذن حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة فإن المثلثين ABI و ICD متقايسان

ب)استنتج أنّ النّقطة I منتصف كلّ من [AD] و[BC]

بما أن المثلثين ABI و ICD متقايسان فإن بقية عناصرهما المتقايسة متقايسة مثنى مثنى وعليه فإن

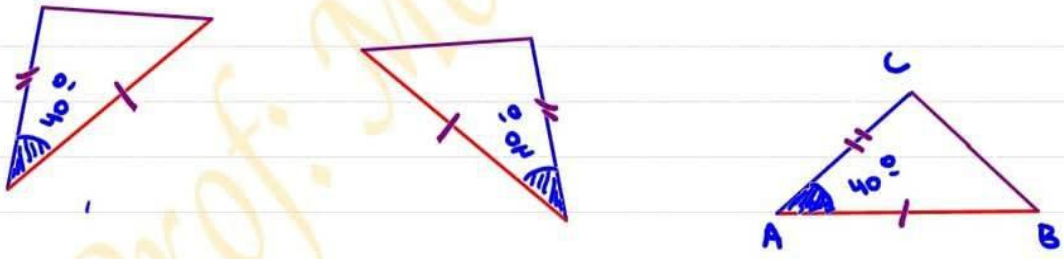
- نظير [BI] هو [IC] يعني IB = IC و I و B و C على استقامة واحدة اذن I منتصف [BC]
- نظير [IA] هو [ID] يعني IA = ID و I و A و D على استقامة واحدة اذن I منتصف [AD]

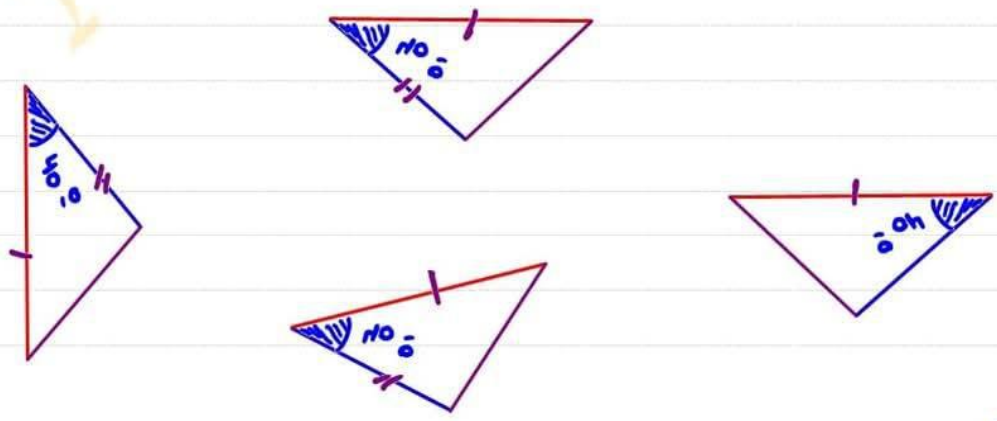
اذن I منتصف [BC] و [AD]

الحالة الثّانية لتقايس المثلّثات

نشاط

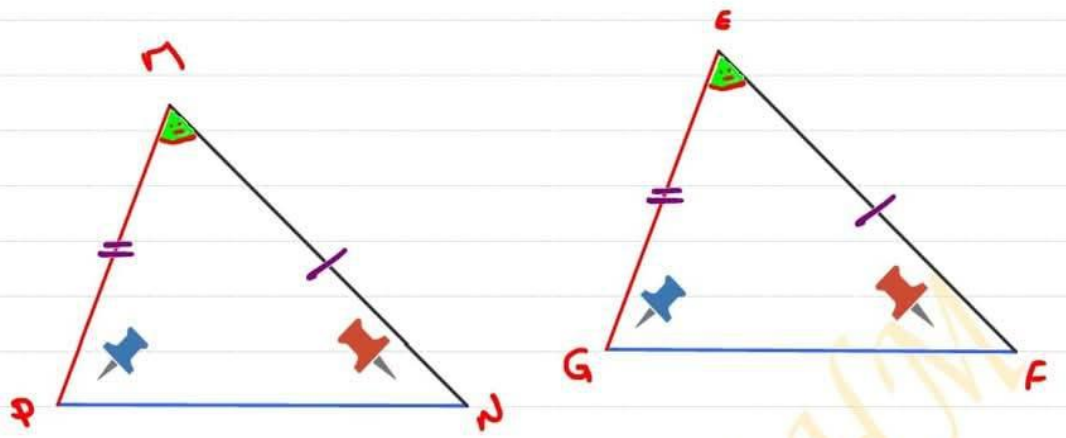
1) أرسم على ورق شفّاف مثلّثا ABC حيث AB = 4cm و AC = 3cm و $\widehat{BAC} = 40°$. ثمّ تحقّق أنّ المثلّث الّذي رسمته ينطبق على المثلّث الّذي رسمه أحد زملائك.





2) يمثّل الرّسم المقابل مثلّثا EFG

أ) أُرسم مثلّثا MNP حيث $MN = EF$ و $MP = EG$ و $\hat{M} = \hat{E}$



ب) تحقّق أنّ المثلّثين EFG و MNP متقايسان.

ج) $EF = MN$

د) $EG = MP$

ه) $\hat{M} = \hat{E}$

بعد رسم المثلث MNP نتحقق بأنّه ينطبق مع المثلث EFG

يستنتج حسب تقايس المثلثين MNP و EFG تقايس بقية العناصر النظيرة حسب الجدول التالي

M	N	P
E	F	G

★ نظير [MN] هو [EF] يعني $MN = EF$

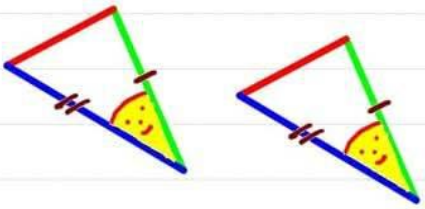
★ نظير [MP] هو [EG] يعني $MP = EG$

★ نظير [NP] هو [FG] يعني $NP = FG$

زاوية نظيرة $\hat{M}$ هي $\hat{E}$ يعني $\hat{M}NP = \hat{E}FG$

زاوية نظيرة $\hat{N}$ هي $\hat{F}$ يعني $\hat{N}PM = \hat{F}GE$

زاوية نظيرة $\hat{P}$ هي $\hat{G}$ يعني $\hat{G}EF = \hat{P}MN$

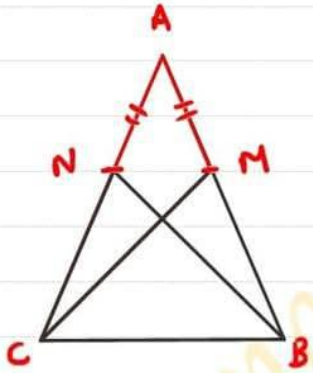


الحالة الثّانية : يتقايس مثلّثان إذا قايس ضلعان والزّاوية المحصورة بينهما في أحدهما ضلعين والزّاوية المحصورة بينهما في الثّاني.

1 أ) أُرسم مثلّثا ABC متقايس الضّلعين قمّته الرّئيسيّة A

ب) عيّن على [AB] نقطة M وعلى [AC] نقطة N بحيث AM = AN.

Hammam chatt
Borj Cedria



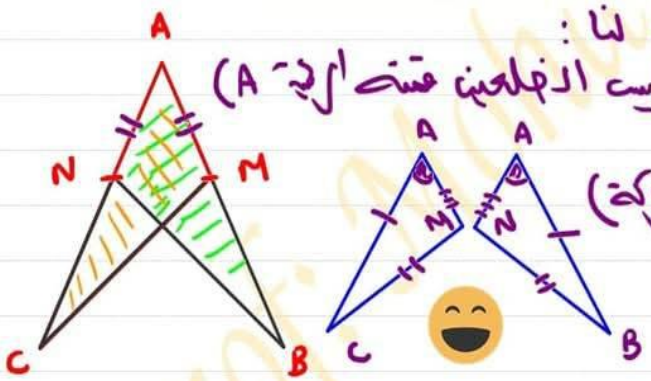
ج) قارن المثلّثين ANB و AMC . استنتج أنّ CM = BN

في المثلثين ANB و AMC لدينا :

(A زاوية مشتركة) AB = AC (ضلعان متقايسان في المثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية

(معطى) AM = AN

(زاوية مشتركة) $\widehat{NAB} = \widehat{MAC}$



ا.ن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة فإن المثلثين ANB و AMC متقايسان.

ينتج عن تقايس المثلثين ANB و AMC تقايس قطعتين المناصر المتناظرة وهنا نجد:

[NB] يظهر [MC] هو NB = MC يعني

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

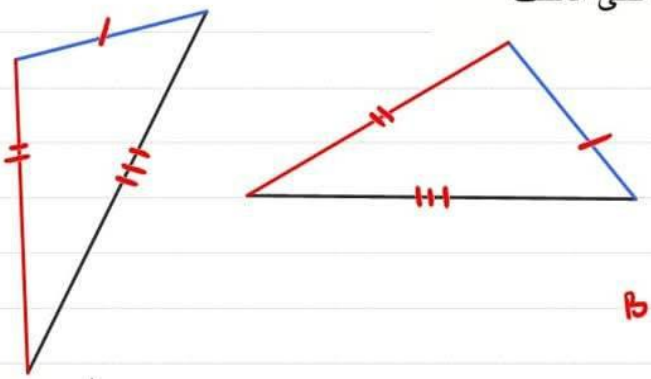
Hammam chatt
Borj Cedria

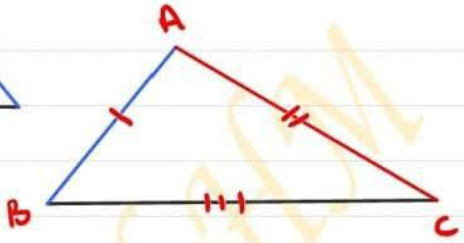
الحالة الثّالثة لتقايس المثلّثات :

نشاط

1) أ) أرسم على ورق شفّاف مثلّثا ABC حيث AB = 3cm و AC = 5cm و BC = 6cm .

ب) تحقّق أنّ المثلّث الّذي رسمته ينطبق على المثلّث الّذى رسمه أحد زملائك.

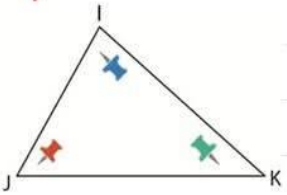


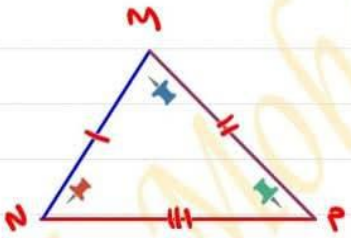


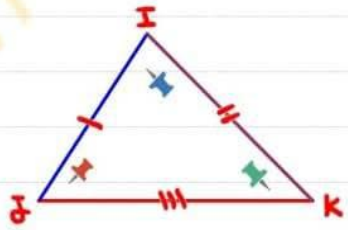
2) يمثّل الرّسم المقابل مثلّثا

أ) أرسم مثلّثا MNP حيث MN = IJ و MP = IK و NP = JK

ب) تحقّق أنّ المثلّثين IJK و MNP متقايسان،







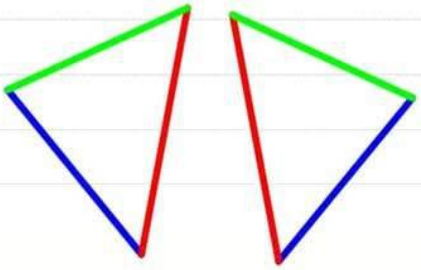
بعد رسم المثلث MNP نتحقق
بأنه ينطبق مع المثلث IJK

1) IJ = MN
2) IK = MP
3) JK = NP

ينتج عن تقايس المثلثين MNP و IJK تقايس بقية العناصر المتبقية

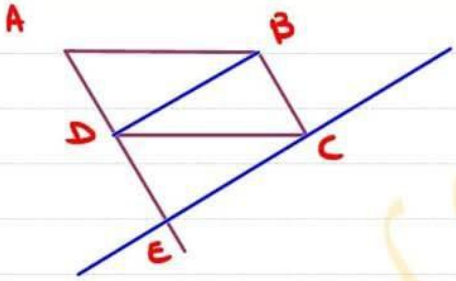
نـ نظير [MN] هو [IJ] يعني MN : IJ	$\widehat{MNP} = \widehat{IJK}$ يعني $\widehat{IJK}$ نظيرة $\widehat{MNP}$
نـ نظير [MP] هو [IK] يعني MP = IK	$\widehat{NPM} = \widehat{IKJ}$ يعني $\widehat{IKJ}$ نظيرة $\widehat{NPM}$
نـ نظير [NP] هو [JK] يعني NP = JK	$\widehat{GEF} = \widehat{KIJ}$ يعني $\widehat{KIJ}$ نظيرة $\widehat{PMN}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM



الحالة الثّالثة : يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايست الأضلاع الثّلاثة في أحدهما الأضلاع الثّلاثة في الثّاني مثنى مثنى.

1 أ) أُرسم متوازي الأضلاع ABCD . المستقيم المارّ من C والموازي للقطر [BD] يقطع المستقيم (AD) في النّقطة E



Hammam chatt
Borj Cedria

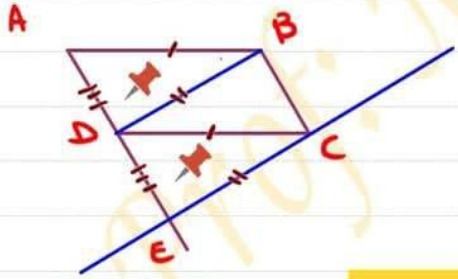
ب) ما هي طبيعة الرّباعي DBCE .

أ) (DE) // (BC) (ABCD متوازي الأضلاع، (AD) // (BC) و E ∈ [AD])

ب) (BD) // (EC)

DBCE متوازي أضلاع ←

ج) استنتج تقايس المثلّثين DCE و ABD .



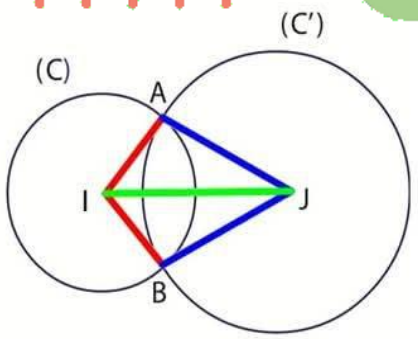
في المثلثين DCE و ABD لدينا:

DCE		ABD	التعليل
DC	=	AB	ABCD متوازي أضلاع
EC	=	BD	DBCE متوازي أضلاع
DE	=	AD	BC = DE و AD = BC

إذن المثلثين ABD و DCE متقايسان حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات القائمة.

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM



2) تأمّل الشّكل المقابل.

ب) بيّن أنّ المثلّثين BIJ و AIJ متقايسان.

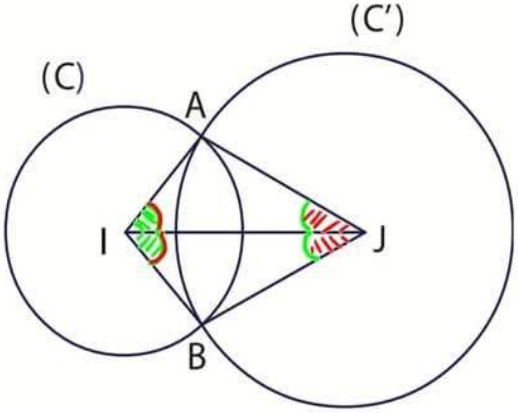
في المثلثين $\mathcal{T}BI$ و $\mathcal{T}AI$ لنا:

$\mathcal{T}BI$		$\mathcal{T}AI$	التعليل
IB	=	AI	شعاعا الدّائرة (ع)
JB	=	JA	شعاعا الدّائرة (ع)
$\mathcal{T}I$	=	$\mathcal{T}I$	ضلع مشترك

إذن حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات العامة فإن المثلثين $\mathcal{T}AI$ و $\mathcal{T}BI$ متقايسان

ج) استنتج منصّف الزّاوية $\widehat{AIB}$ ومنصّف الزّاوية $\widehat{AJB}$

لنا $\mathcal{T}AI$ و $\mathcal{T}BI$ مثلثين متقايسان و ينتج عن تقايسهما تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى مثنى مثنى



1) $\widehat{AIJ}$ نظيرة $\widehat{BIJ}$ إذن $\widehat{AIJ} = \widehat{BIJ}$

ومنه فإن $[IJ)$ منصف الزاوية $\widehat{AIB}$

2) $\widehat{AJI}$ نظيرة $\widehat{BJI}$ إذن $\widehat{AJI} = \widehat{BJI}$

ومنه فإن $[JI)$ منصف الزاوية $\widehat{AJB}$

Hammam chatt
Borj Cedria
Prof: Mohamed HM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM