موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

تقايس المثلثات

Prof Mohamed HM

Hammam chatt
Borj Cedria

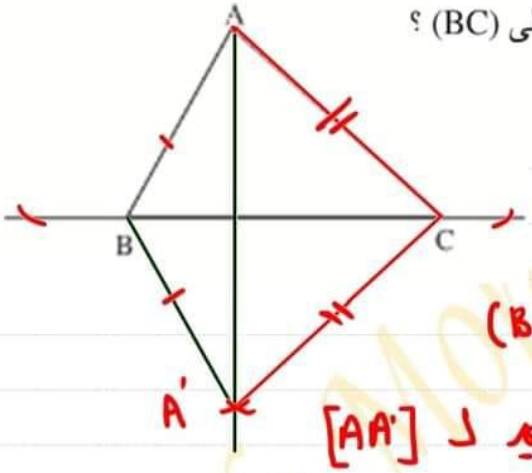
أستحضر

1 1. أنقل الشكل المقابل.

أ) ابن النقطة A' مناظرة النقطة A بالنسبة إلى (BC) ؟

ب) بيّن أنّ AB = A'B و AC = A'C

ج) بيّن أنّ $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$



ب) لنا:

ج) A' مناظرة A بالنسبة لـ (BC)

يعني (BC) هو الوسط العمودي لـ [AA']

ج) B ∈ (BC)

⇐ أذن AB = A'B

لنا:

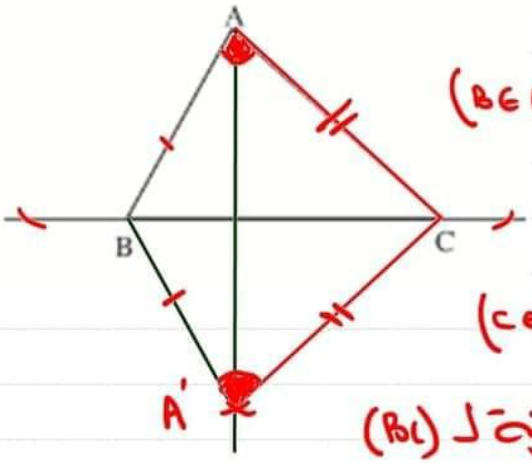
ج) A' مناظرة A بالنسبة لـ (BC)

يعني (BC) هو الوسط العمودي لـ [AA']

ج) C ∈ (BC) أذن Ac = A'c

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

ج) بيّن أنّ $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$



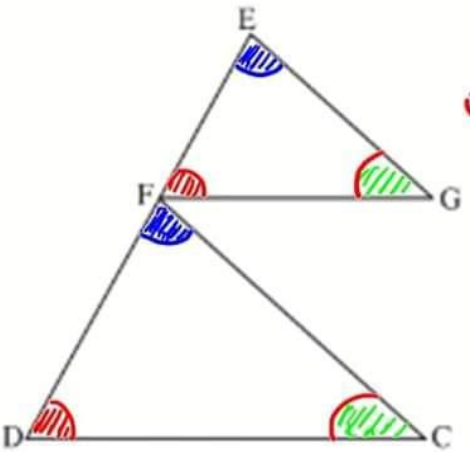
* مناظرة B لـ (Bc) هيه B $(B \in (Bc))$
* مناظرة A لـ (Bc) هيه A'
* مناظرة c لـ (Bc) هيه c $(c \in (Bc))$

⇐ إذن مناظرة الزاوية $\widehat{BAc}$ بالنسبة لـ (Bc) هيه $\widehat{BA'c}$ و منه فإن $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$ ✓

تذكير: التناظر المحوري يحافظ على أقيسة الزوايا

2. في الشكل المقابل لدينا : النقاط F و E و D على استقامة واحدة و (FC)//(EG) و (FG)//(DC)

أ) بيّن أن $\widehat{FEG} = \widehat{DFC}$ و $\widehat{EFG} = \widehat{FDC}$



* $\widehat{FEG} = \widehat{DFC}$ (زاويتان متماثلتان ناتجتان عن تقاطع مستقيمان متوازيان هما (FC) و (EG) و قاطع لهما (ED))
* $\widehat{EFG} = \widehat{FDC}$ (زاويتان متماثلتان ناتجتان عن تقاطع مستقيمان متوازيان هما (FG) و (DC) و قاطع لهما (FD))

ب) بيّن أنّ $\widehat{EGF} = \widehat{FCD}$

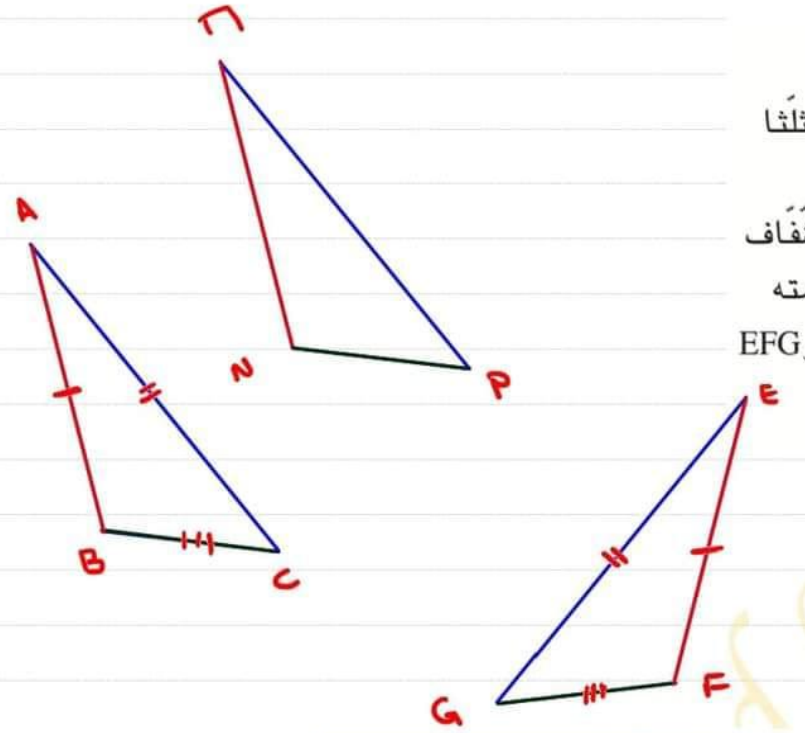
لدينا
* $\widehat{EFG} = \widehat{FDC}$
* $\widehat{FEG} = \widehat{DFC}$

في المثلث EGF: $\widehat{EGF} = 180° - (\widehat{FEG} + \widehat{GFE})$
في المثلث FCD: $\widehat{FCD} = 180 - (\widehat{FDC} + \widehat{DFC})$

إذن $\widehat{EGF} = \widehat{FCD}$ ✓

نشاط 1

أرسم على ورق شفّاف مثلّثا أبعاده 3cm و4cm و6cm .
تحقّق بواسطة الورق الشفّاف من تطابق المثلّث الّذي رسمته مع كلّ من المثلّثين ABC و EFG التاليين.



مثلّثان متقايسان هما مثلّثان متطابقان

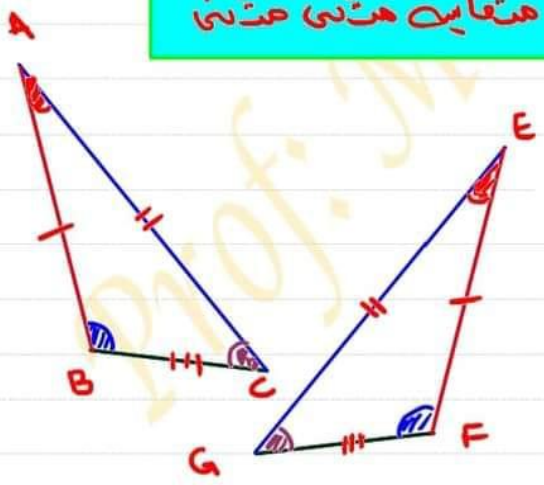
3) قارن الأضلاع AB و EF ثمّ AC و EG ثمّ BC و FG .

ا) AB = EF

ب) AC = EG

ج) BC = FG

الأضلاع متقايسة مثنى مثنى



4) قارن الزّوايا $\hat{A}$ و $\hat{E}$ ثمّ $\hat{B}$ و $\hat{F}$ ثمّ $\hat{C}$ و $\hat{G}$.

ا) $\hat{A} = \hat{E}$

ب) $\hat{B} = \hat{F}$

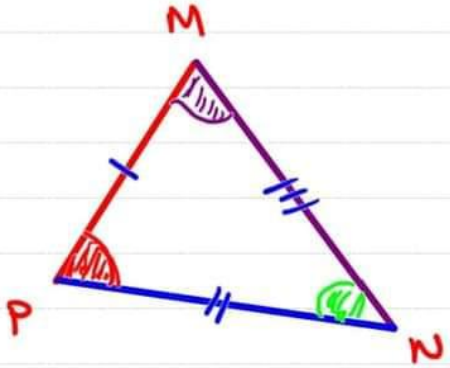
ج) $\hat{C} = \hat{G}$

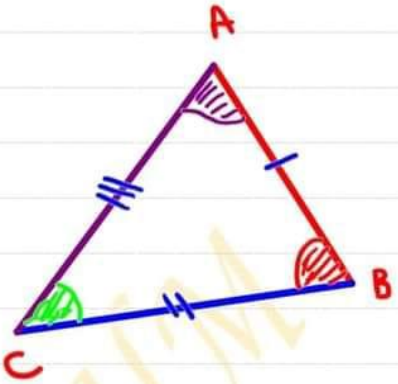
الزوايا متقايسة مثنى مثنى

5) هل أنّ المثلّثين MNP و ABC متطابقان ؟

نعم MNP و ABC متطابقان لأنّ تقايس أضلاعهما و زواياهما مثنى مثنى

إذا تقايس مثلّثان فإنّ أضلعهما متقايسة مثنى مثنى وزواياهما متقايسة مثنى مثنى





المثلثان ABC و MNP يتطابقان أو يتقايسان حسب الجدول التالي

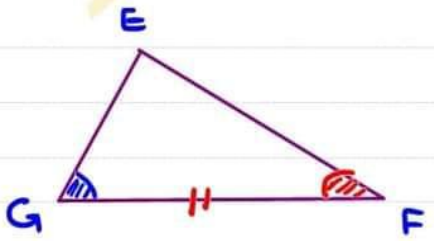
A	B	C
M	P	N

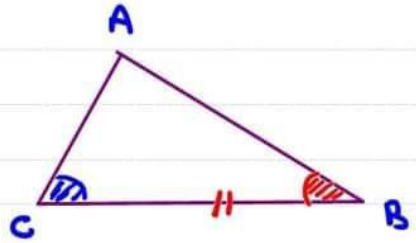
جدول الصامد المنفيذ

- ذ ضلع الزاوية $\widehat{BAC}$ هو $[BC]$ ذ ضلع الزاوية $\widehat{MNP}$ هو $[PN]$
- ذ ضلع الزاوية $\widehat{ACB}$ هو $[AC]$ ذ ضلع الزاوية $\widehat{MPN}$ هو $[MN]$
- ذ ضلع الزاوية $\widehat{BAC}$ هو $[AB]$ ذ ضلع الزاوية $\widehat{PMN}$ هو $[MP]$

حالات تقايس المثلثات العامة

الحالة الأولى لتقايس المثلّثات





موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

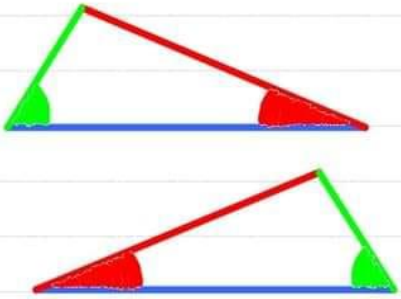
إذن المثلثان ABC و EFG

$BC = GF$

$\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$

$\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$

متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة

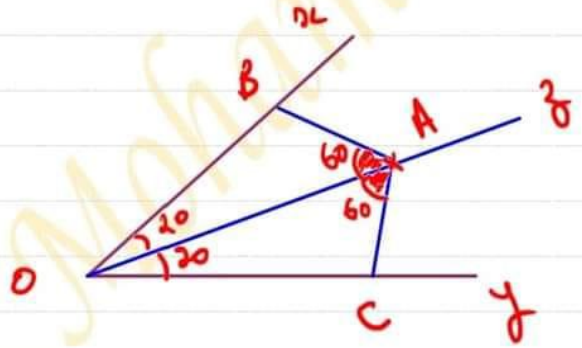


الحالة الأولى : يتقايس مثلّثان إذا قايس ضلع والزّاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا والزّاويتين المجاورتين له في الثّاني.

Prof: Mohamed HM

1) أ) أرسم زاوية $\widehat{XOY}$ قيسها $40°$ ونقطة A من منصفها $[Oz)$.

ب) ابن على $[Ox)$ نقطة B وابن على $[Oy)$ النّقطة C حيث $\widehat{OAB} = \widehat{OAC} = 60°$.



ج) بيّن أنّ المثلّثين OAB و OAC متقايسان

في المثلثين OAB و OAC لنا:

ب) $\widehat{BOA} = \widehat{COA}$ ($[Oz)$ منصف الزاوية $\widehat{xOy}$ و $A \in [Oz]$ و $B \in [Ox)$ و $C \in [Oy)$)

ج) $\widehat{OAB} = \widehat{OAC}$ (معطى)

د) $[OA]$ ضلع مشترك

إذن المثلثين OAB و OAC متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

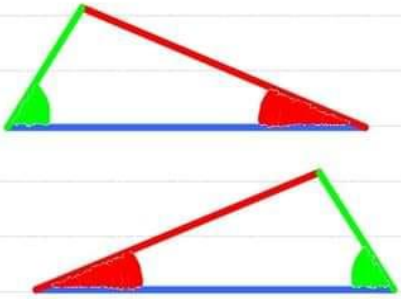
إذن المثلثان ABC و EFG

$BC = GF$

$\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$

$\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$

متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة

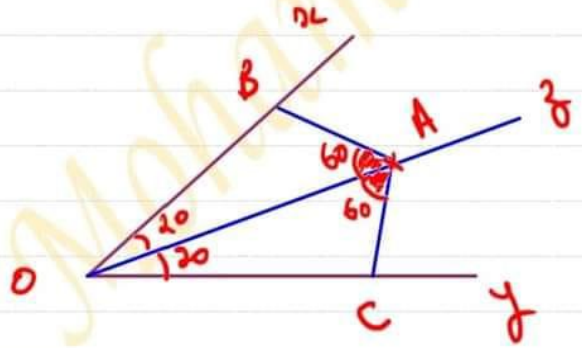


الحالة الأولى : يتقايس مثلّثان إذا قايس ضلع والزّاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا والزّاويتين المجاورتين له في الثّاني.

Prof: Mohamed HM

1) أ) أرسم زاوية $\widehat{XOY}$ قيسها $40°$ ونقطة A من منصفها $[Oz)$.

ب) ابن على $[Ox)$ نقطة B وابن على $[Oy)$ النّقطة C حيث $\widehat{OAB} = \widehat{OAC} = 60°$.



ج) بيّن أنّ المثلّثين OAB و OAC متقايسان

في المثلثين OAB و OAC لنا:

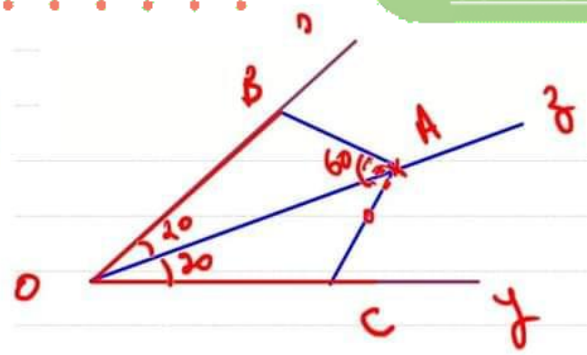
ب) $\widehat{BOA} = \widehat{COA}$ ($[Oz)$ منصف الزاوية $\widehat{xOy}$ و $A \in [Oz]$ و $B \in [Ox)$ و $C \in [Oy)$)

ج) $\widehat{OAB} = \widehat{OAC}$ (معطى)

د) $[OA]$ ضلع مشترك

إذن المثلثين OAB و OAC متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

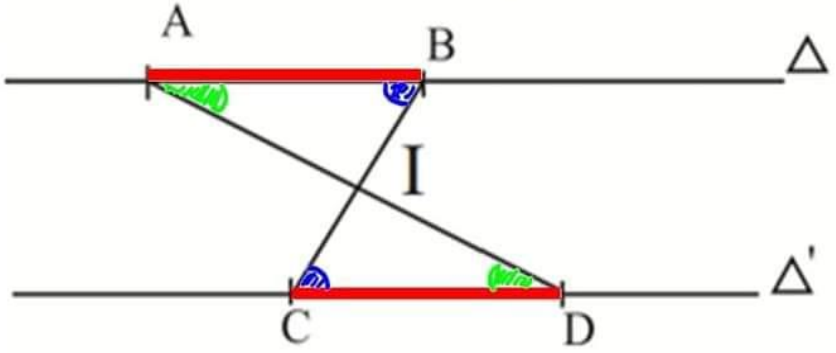


د) استنتج أنّ $OC = OB$.

ينتج عن تقايس المثلثين
OAB و OAC تقايس بقية
العناصر النظيرة

- نظير القطع [OA] هو [OA] يعني OA = OA (قطع مشترك)
  نظير القطع [AB] هو [AC] يعني AB = AC
  نظير القطع [OB] هو [OC] يعني OB = OC

2 لاحظ الرّسم حيث Δ و Δ' مستقيمان متوازيان و $AB = CD$.
I نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (CB)
أ) بيّن أنّ المثلثين ABI و CDI متقايسان.



في المثلثين ABI و CDI لدينا

ب) AB = CD (معطى)

ج) $\widehat{ABI} = \widehat{ICD}$ (زاويتان متبادلتان داخليا ناتجتان عن تقاطع مستقيمان متوازيان هما Δ و Δ' ($A,B \in \Delta$) و ($C,D \in \Delta'$) و قاطع لهما (BC) ; ($I \in [BC]$))

د) $\widehat{BAI} = \widehat{IDC}$ (زاويتان متبادلتان داخليا ناتجتان عن تقاطع مستقيمان متوازيان هما Δ و Δ' ($A,B \in \Delta$) و ($C,D \in \Delta'$) و قاطع لهما (AD) ; ($I \in [AD]$))

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

ادن حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات العامة فإن المثلثين ABI و ICD متقايسان

ب)استنتج أنّ النّقطة I منتصف كلّ من [AD] و[BC]

بما أن المثلثين ABI و ICD متقايسان فإن بقية عناصرهما المتقابلة متقايسة مثلث مثلث وعليه فإن

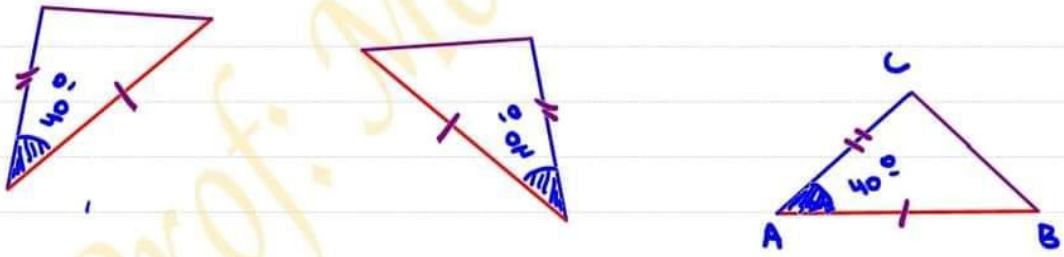
- نظير [BI] هو [IC] يعني IB = IC و I و B و C على استقامة واحدة ادن I منتصف [BC]
- نظير [IA] هو [ID] يعني IA = ID و I و A و D على استقامة واحدة ادن I منتصف [AD]

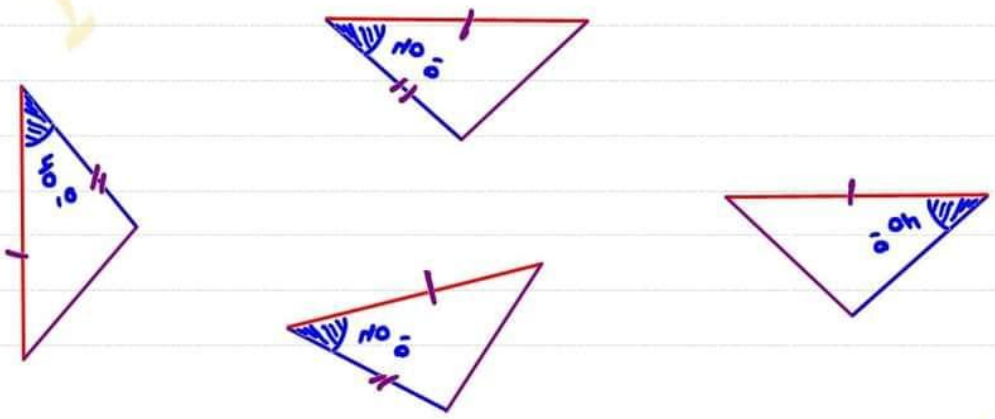
ادن I منتصف [BC] و[AD]

الحالة الثّانية لتقايس المثلّثات

نشاط

1) أرسم على ورق شفّاف مثلّثا ABC حيث AB = 4cm و AC = 3cm و $\widehat{BAC} = 40°$. ثمّ تحقّق أنّ المثلّث الّذي رسمته ينطبق على المثلّث الّذي رسمه أحد زملائك.



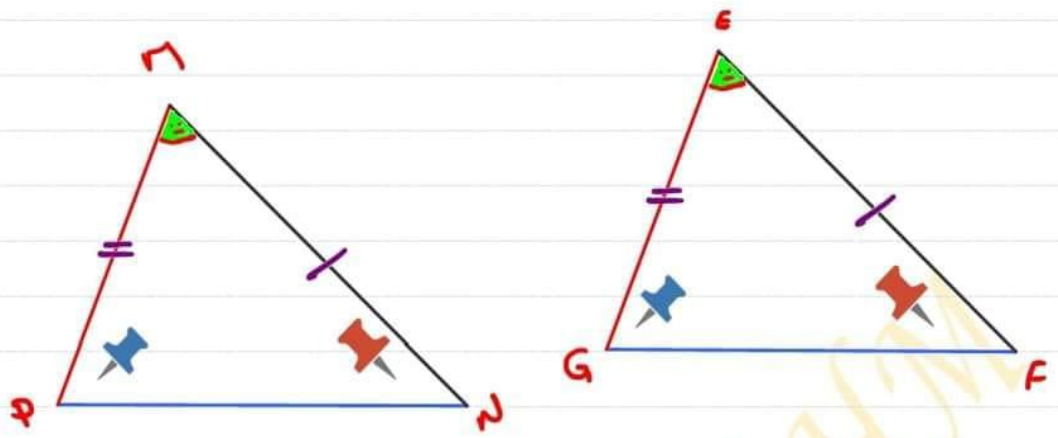


موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

2) يمثّل الرّسم المقابل مثلّثا EFG

أ) أرسم مثلّثا MNP حيث $MN = EF$ و $MP = EG$ و $\hat{M} = \hat{E}$



ب) تحقّق أنّ المثلّثين EFG و MNP متقايسان.

ج) $EF = MN$

د) $EG = MP$

ه) $\hat{M} = \hat{E}$

بعد رسم المثلث MNP نتحقق بأنّه ينطبق مع المثلث EFG

يستنتج حسب تقايس المثلثين MNP و EFG تقايس بقية العناصر النظيرة

حسب الجدول التالي

M	N	P
E	F	G

★ نظير [MN] هو [EF] يعني $MN = EF$

★ نظير [MP] هو [EG] يعني $MP = EG$

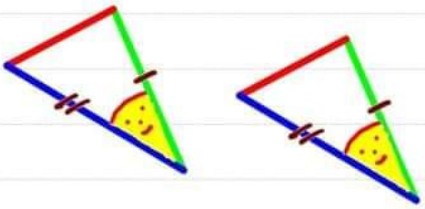
★ نظير [NP] هو [FG] يعني $NP = FG$

زاوية نظيرة $\hat{M}$ يعني $\hat{E}$ يعني $\hat{M}NP = \hat{E}FG$

زاوية نظيرة $\hat{N}$ يعني $\hat{F}$ يعني $\hat{N}PM = \hat{F}GE$

زاوية نظيرة $\hat{P}$ يعني $\hat{G}$ يعني $\hat{P}MN = \hat{G}EF$

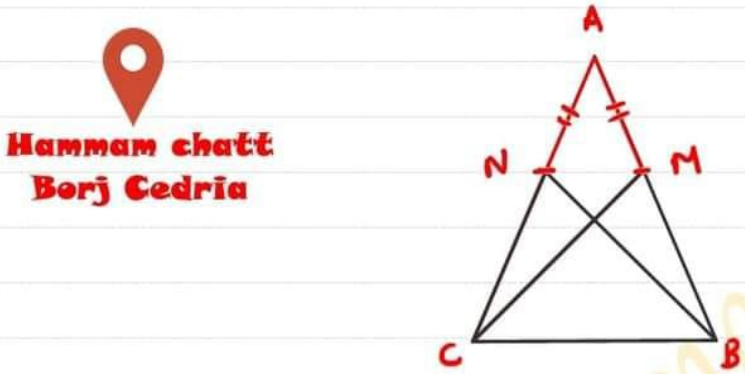
موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM



الحالة الثّانية : يتقايس مثلّثان إذا قايس ضلعان والزّاوية المحصورة بينهما في أحدهما ضلعين والزّاوية المحصورة بينهما في الثّاني.

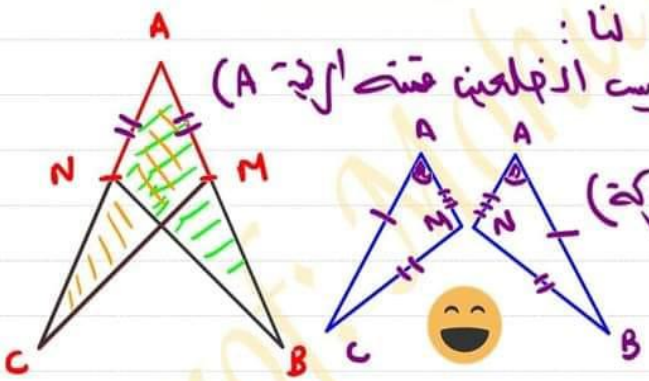
1 أ) أُرسم مثلّثا ABC متقايس الضّلعين قمّته الرّئيسيّة A

ب) عيّن على [AB] نقطة M وعلى [AC] نقطة N بحيث AM = AN.



Hammam chatt
Borj Cedria

ج) قارن المثلّثين ANB و AMC . استنتج أنّ CM = BN



في المثلثين ANB و AMC لدينا :
- AB = AC (معطى) ABC و AMC متقايسة الضلعين قمتاهما الرئيسية A
- AM = AN (معطى)
- $\widehat{NAB} = \widehat{MAC}$ (زاوية مشتركة)

1. حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة فإن المثلثين ANB و AMC متقايسان.

2. ينتج عن تقايس المثلثين ANB و AMC تقايس قطعتين العناصر المتناظرة هما:
[NB] و [MC] يعني NB = MC

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM

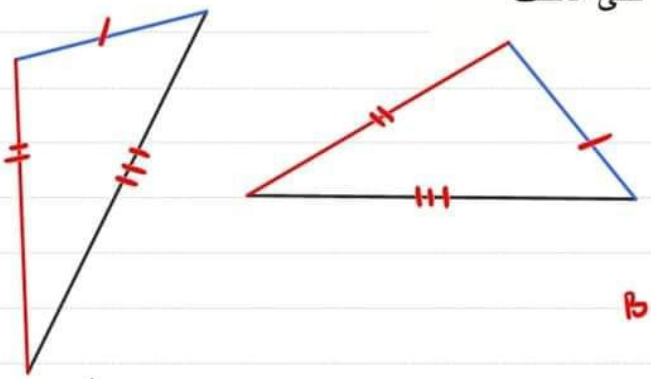
Hammam chatt
Borj Cedria

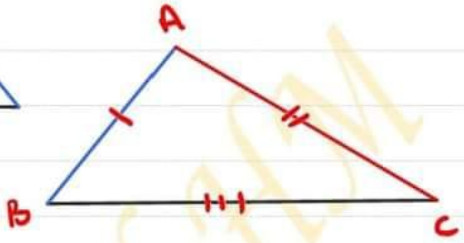
الحالة الثّالثة لتقايس المثلّثات :

نشاط

1) أ) أرسم على ورق شفّاف مثلّثا ABC حيث AB = 3cm و AC = 5cm و BC = 6cm .

ب) تحقّق أنّ المثلّث الّذي رسمته ينطبق على المثلّث الّذى رسمه أحد زملائك.

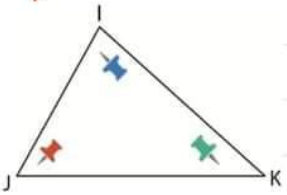


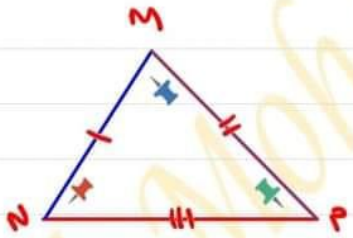


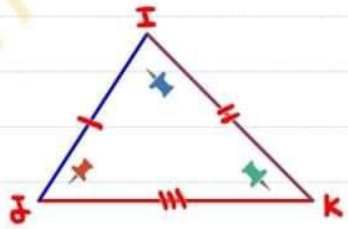
2) يمثّل الرّسم المقابل مثلّثا

أ) أرسم مثلّثا MNP حيث MN = IJ و MP = IK و NP = JK

ب) تحقّق أنّ المثلّثين IJK و MNP متقايسان،







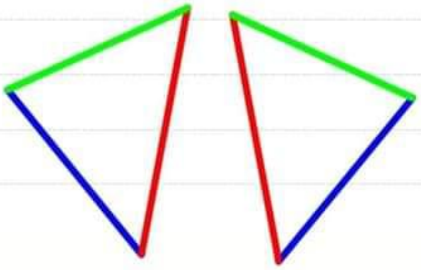
بعد رسم المثلث MNP نتحقق بأنه ينطبق مع المثلث IJK

1) IJ = MN
2) IK = MP
3) JK = NP

بما أن المثلثين MNP و IJK تقايس بقية العناصر المتناظرة

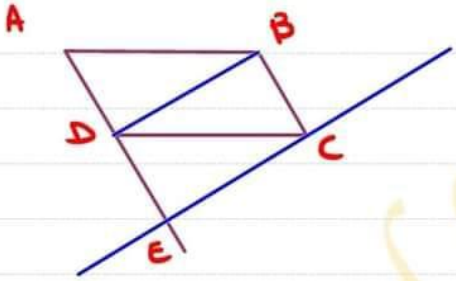
نـ[MN] هو [IJ] يعني MN = IJ	MNP زاوية نـ MNP يعني $\widehat{IJK} = \widehat{MNP}$
نـ[MP] هو [IK] يعني MP = IK	NPM زاوية نـ NPM يعني $\widehat{IKJ} = \widehat{NPM}$
نـ[NP] هو [JK] يعني NP = JK	PMN زاوية نـ PMN يعني $\widehat{KIJ} = \widehat{GEF}$

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM



الحالة الثّالثة : يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايست الأضلاع الثّلاثة في أحدهما الأضلاع الثّلاثة في الثّاني مثنى مثنى.

1 أ) أُرسم متوازي الأضلاع ABCD . المستقيم المارّ من C والموازي للقطر [BD] يقطع المستقيم (AD) في النقطة E



Hammam chatt
Borj Cedria

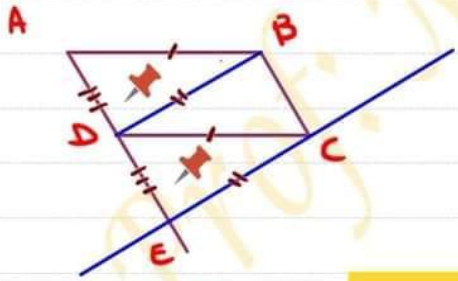
ب) ما هي طبيعة الرّباعي DBCE .

أ) (DE) // (BC) (ABCD متوازي الأضلاع ، (AD) // (BC) و E ∈ [AD])

ب) (BD) // (EC)

DBCE متوازي أضلاع ←

ج) استنتج تقايس المثلّثين DCE و ABD .



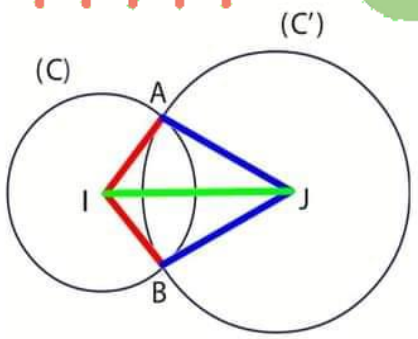
في المثلثين DCE و ABD لدينا:

DCE		ABD	التعليل
DC	=	AB	ABCD متوازي أضلاع
EC	=	BD	DBCE متوازي أضلاع
DE	=	AD	BC = DE و AD = BC

إذن المثلثين ABD و DCE متقايسان حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات القائمة.

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM



2) تأمّل الشّكل المقابل.

ب) بيّن أنّ المثلّثين BIJ و AIJ متقايسان.

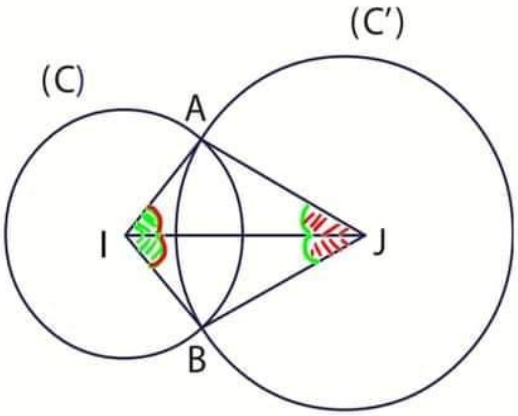
في المثلثين $\mathcal{T}BI$ و $\mathcal{T}AI$ لنا:

$\mathcal{T}BI$		$\mathcal{T}AI$	التعليل
IB	=	AI	شعاعا الدّائرة (ع)
JB	=	JA	شعاعا الدّائرة (ع)
$\mathcal{T}I$	=	$\mathcal{T}I$	ضلع مشترك

اذن حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات العامة فإن المثلثين $\mathcal{T}AI$ و $\mathcal{T}BI$ متقايسان

ج) استنتج منصف الزّاوية $\widehat{AIB}$ ومنصف الزّاوية $\widehat{AJB}$

لنا $\mathcal{T}AI$ و $\mathcal{T}BI$ مثلثين متقايسان و ينتج عن تقايسهما تقايس بقية العناصر النظيرة الأخرى مثنى مثنى



1) $\widehat{AIJ}$ نظيرة $\widehat{BIJ}$ إذن $\widehat{AIJ} = \widehat{BIJ}$

ومنه فإن $[IJ)$ منصف الزاوية $\widehat{AIB}$

2) $\widehat{AJI}$ نظيرة $\widehat{BJI}$ إذن $\widehat{AJI} = \widehat{BJI}$

ومنه فإن $[JI)$ منصف الزاوية $\widehat{AJB}$

Hammam chatt
Borj Cedria
Prof: Mohamed HM

موقع مراجعة اعدادي
COLLEGE.MOURAJAA.COM
COLLEGE.MOURAJAA.COM

مرحبا بكم على منصة مراجعة

موقع مراجعة
mourajaa.com

موقع مراجعة سنوات الاعدادي

COLLEGE.MOURAJAA.COM

أخبار التعليم في تونس

NEWS.MOURAJAA.COM