السنة الدراسية
2023 - 2022

التعامد في الفضاء

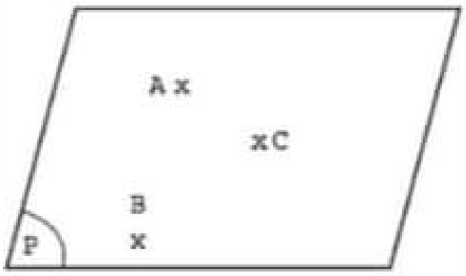
9 أساسي

مع الإصلاح

1 التوازي في الفضاء

I المستوي في الفضاء

ثلاث نقاط من الفضاء ليست على استقامة واحدة تحدّد مستويا واحدا.



نرمز للمستوي المحدّد بالنقاط A و B و C بـ (ABC).

II مستقيم محتو في مستوي

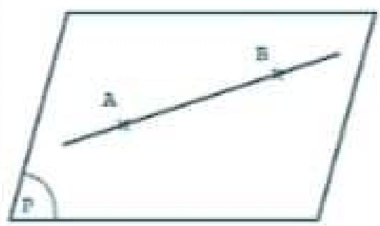
نقول عن مستقيم أنه محتو في مستو إذا كانت كل نقاط هذا المستقيم تنتمي إلى ذاك المستوي.

مستقيم D محتو في مستوي P يعني كلّ نقطة من D تنتمي إلى المستوي P ونكتب $D \subset P$

إذا كانت لمستقيم نقطتان مشتركتان مع مستوي فهو محتو في هذا المستوي

أي

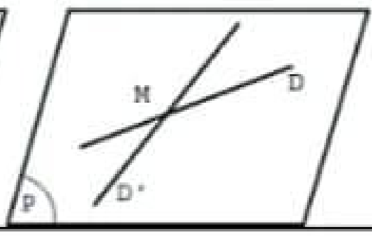
إذا كان A و B نقطتين مختلفتين من مستوي P فإنّ $(AB) \subset P$.

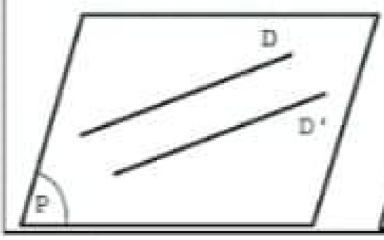


أستحضر 1 ص 202

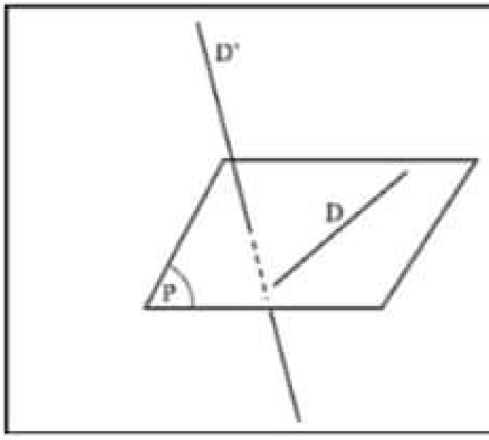
III الوضعيّات النسبيّة لمستقيمين

مستقيمان من نفس المستوي هما متوازيان أو متقاطعان



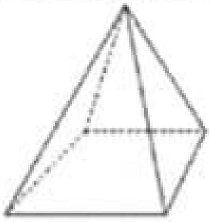


مستقيمان متوازيان هما مستقيمان محتويان في نفس المستوي وغير متقاطعين.



مستقيمان ليسا في نفس المستوي يكونان غير متوازيين و غير متقاطعين.

أستحضر 2 ص 202



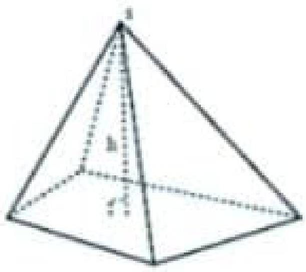
الهرم هو مجسم قاعدته مضلع وأوجهه مثلثات

هرم قاعدته مثلث يسمى هرما ثلاثيا.

الحجم V لهرم مساحة قاعدته B وارتفاعه h هو :

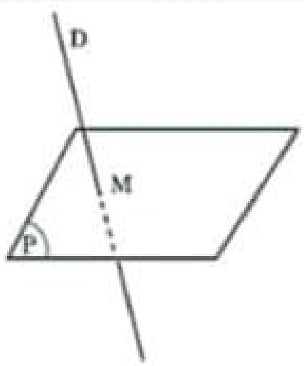
$$V=\frac{1}{3}Bh$$

أي : $V=\frac{\text{مساحة القاعدة}\times\text{طول الإرتفاع}}{3}$



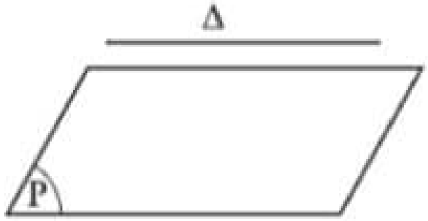
IV الوضعيات النسبية لمستقيم و مستوي

إذا كان لمستقيم ومستوي نقطة مشتركة واحدة نقول إنهما متقاطعان في تلك النقطة.



$P \cap D=\{M\}$

عندما يكون مستقيم و مستوي غير متقاطعين نقول أنّهما متوازيان



$P \cap \Delta = \varnothing$

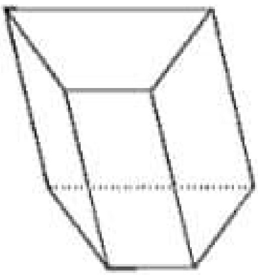
إذا كان مستقيم موازيا لمستقيم من مستوي فهو مواز لهذا المستوي.

أستحضر 6 ص 204

أستحضر 7 ص 204

أستحضر 10 ص 204

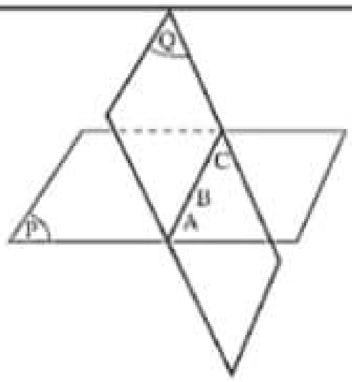
- **الموشور القائم** هو مجسم قاعدتاه مضلعان متقايسان و أوجهه الجانبية مستطيلات
- أحرفه الجانبية متقايسة
- ارتفاعه هو طول الحرف الواصل بين القاعدتين



V الوضعيّة النسبية لمستويين

مستويان متقاطعان

إذا كانت A وB وC ثلاث نقاط مشتركة بين مستويين متقاطعين فهي على استقامة واحدة.



تطبيق 1

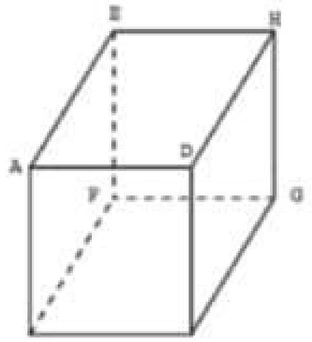
يمثّل الشكل المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH.

حدّد تقاطع المستويين المقدّمين في كل حالة :

أ) (ABC) و (DHG)

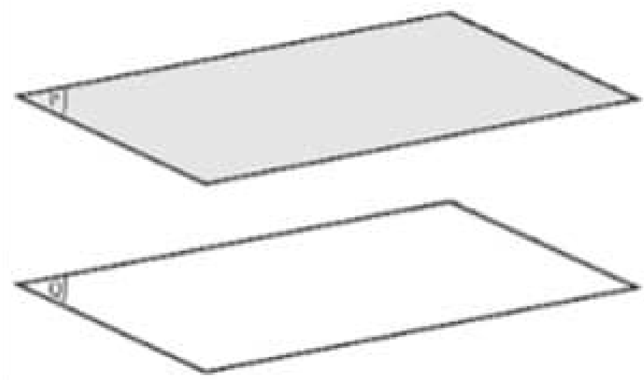
ب) (GBF) و (AEF)

ج) (DBF) و (CGH).



مستويان متوازيان

مستويان متوازيان هما مستويان غير متقاطعين



تمرين 1

يمثّل الشكل المقابل متوازي المستطيلات ABCDEFGH

و M نقطة من [DH].

1) بيّن أنّ المستويين (AMG) و (BFG) متقاطعان.

2) ليكن $(AMG)\cap(BFG)=\Delta$

بيّن أنّ Δ و (AM) متوازيان.

3)أ- عيّن K نقطة تقاطع المستقيمين Δ و (BF).

ب- بيّن أن $(ABF)\cap(AMG)=(AK)$

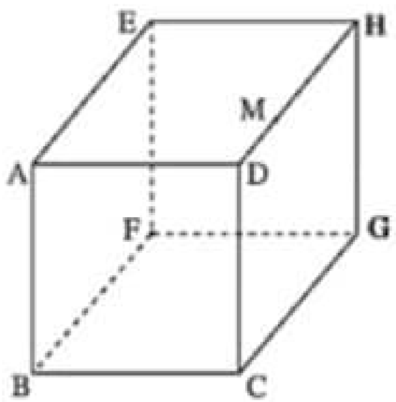
ج- بيّن أن $(AK)//(MG)$

4) استنتج طبيعة الرّباعي AMGK.

5) بيّن أنّ الرباعي ABGH هو متوازي الأضلاع.

6) نعتبر O مركز متوازي الأضلاع ABGH.

أثبت أنّ المستقيم (BH) هو قاطع للمستوي (AMG) في النقطة O.



2 التعامد في الفضاء

نشاط 1 ص 206

نشاط 2 ص 206

مستقيم عمودي على مستوي هو مستقيم عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي في نفس النقطة.

مستقيم عمودي على مستو في نقطة هو مستقيم عمودي على كل مستقيمات هذا المستوي المارة من هذه النقطة

تمرين 1 ص 214

تطبيق 3 ص 207

الهرم المنتظم هو هرم قاعدته مضلع منتظم حيث ينتمي رأسه إلى المستقيم العمودي على مستوي القاعدة في مركز الدائرة المحيطة بالمضلع.

في الهرم المنتظم الأوجه الجانبية تمثل مثلثات متقايسة وكل منها مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية رأس الهرم.

نشاط 3 ص 208

- مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما مستقيمان متوازيان
- مستويان عموديان على نفس المستقيم هما مستويان متوازيان.

نشاط 5 ص 209

في متوازي المستطيلات ABCDEFGH كل الاقطار [EC] و [HB] و [AG] و [DF] متقايسة و قيس طول كل قطر يساوي $\sqrt{AB^2 + AE^2 + AD^2}$

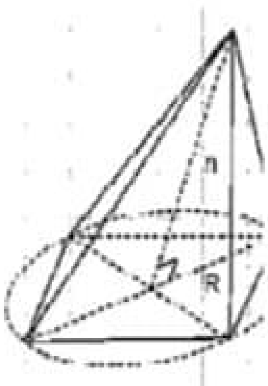
أطبق 1 ص 209

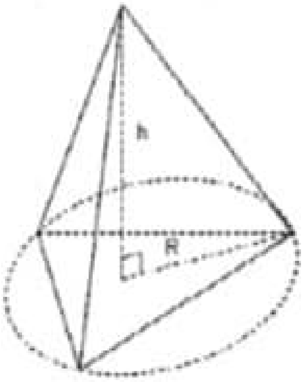
أطبق 2 ص 209

نشاط 6 ص 210

· في الهرم المنتظم قيس طول كل حرف من أحرفه الجانبية يساوي الجذر التربيعي لمجموع مربعي ارتفاعه و شعاع الدائرة المحيطة بقاعدته .

· في الهرم المنتظم ، إذا كان h ارتفاعه و R شعاع الدائرة المحيطة بقاعدته فان قيس طول كل حرف من أحرفه الجانبية يساوي $\sqrt{h^2 + R^2}$





أطبق 1 ص 211

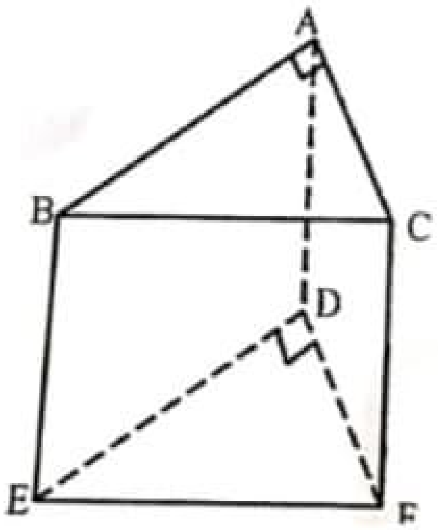
أطبق 2 ص 211

تمرين 2

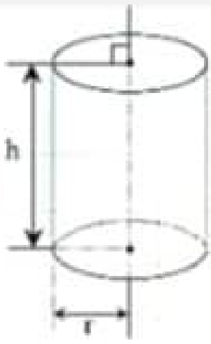
يمثل الرسم المقابل موشورا قائما $ABCDEF$ قاعدته المثلث ABC قائم الزاوية في A حيث

$AB = 3$ و $AC = 2$ و $BE = 5$.

1. احسب BC
2. احسب AE
3. احسب EC
4. بين أن المثلث AEC قائم الزاوية



الإسطوانة الدائرية

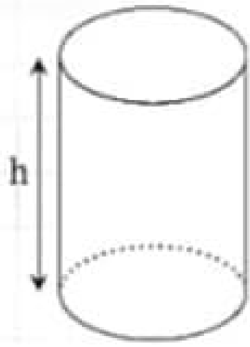


الشكل المحاذي يمثّل إسطوانة دائريّة قائمة قاعدتاها قرصان دائريان متقايسان.

- شعاع كلّ من القاعدتين يسمّى شعاع الاسطوانة.
- البعد بين مركزي القاعدتين يسمّى ارتفاعا.

حجم إسطوانة دائريّة قائمة يساوي جذاء مساحة القاعدة والارتفاع.

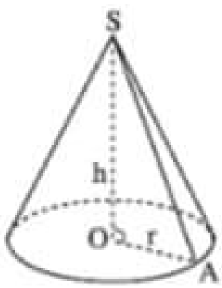
أي : $V = \pi r^2 h$



المخروط الدوراني

المخروط الدوراني هو مجسم قاعدته قرص دائري وارتفاعه يمثل بعد قمته عن مركز قاعدته.

ويسمى مخروطا ارتفاعه h وشعاعه r .



مصطلحات

تسمى النقطة S قمة المخروط و القرص الدائري **قاعدته**.

تسمى قطعة المستقيم $[SO]$ **ارتفاع** المخروط ونرمز له بـ h

تسمى قطعة المستقيم $[SA]$ **عمده** .

حجم المخروط:

$$V=\frac{\text{مساحةالقاعدة}\times\text{طول الإرتفاع}}{3}$$

أي $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

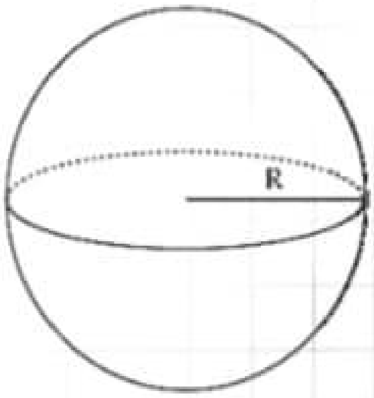
حيث h ارتفاعه و r شعاع قاعدته

الكرة

الكرة هي مجسم ناتج عن دوران لدائرة حول حامل أحد أقطارها.

مساحة الكرة = $4\pi R^2$

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$ هو حجم كرة قطرها 2R



الإصلاح

أستحضر 1 ص 202

$B \notin (EFG)$ ، $I \in (ACG)$ ، $(JG) \subset (DCH)$ ، $(IC) \not\subset (BFC)$

$J \notin (CEA)$ ، $(EJ) \not\subset (CGD)$ ، $(AJ) \subset (HED)$ ، $(GI) \not\subset (CEA)$

أستحضر 2 ص 202

1) (CA) و (DC) هما مستقيمان متقاطعان
2) (BA) و (DC) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي
3) (NQ) و (MQ) هما مستقيمان متقاطعان
4) (CA) و (DB) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي
5) (BC) و (MQ) هما مستقيمان ليسا في نفس المستوي
6) (CA) و (MN) هما مستقيمان متوازيان

أستحضر 6 ص 204

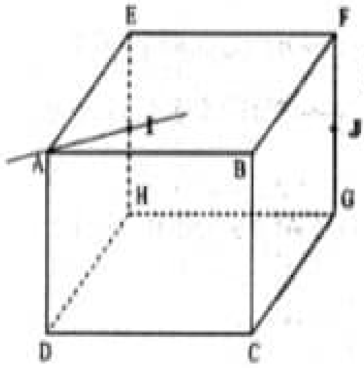
أ) إذا كان مستقيم مواز لمستوي فهو مواز لكل مستقيم محتو في هذا المستوي: خطأ

ب) إذا كان مستوي مواز لمستقيم فإن تقاطعهما إما نقطة أو المستقيم نفسه : خطأ

ج) إذا كان مستقيمان موازيين على التوالي لمستوي فإنهما متوازيان : خطأ

أستحضر 7 ص 204

1) بما أن المستقيم $(JB)//(AI)$ فإن $(FGC)//(AI)$
2) بما أن $I \in (EFG)$ و $G \in (EFG)$ فإن $(GI) \subset (EFG)$
3) حجم مكعب طول حرفه a هو : $V = a^3$



أستحضر 10 ص 205

1) $(BD) \cap (ABC) = \{B\}$ $(EF) \cap (ABC) = \{\ \}$ $(BD) \cap (DCF) = (BD)$ $\emptyset$	2) – أ) الوضعية النسبية لـ: (FD) و (CB) متوازيان ب) الوضعية النسبية لـ: (AB) و (EB) متقاطعان في B ج) الوضعية النسبية لـ: (AE) و (DC) هما ليسا في نفس المستوي.

تطبيق 1

أ- (DC)

ب- (BF)

ج- (DH)

تمرين 1

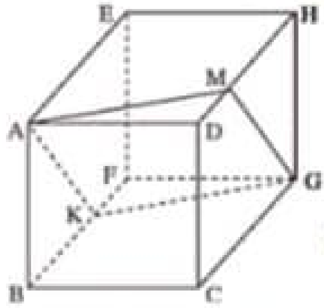
1) يشترك المستويان (AMG) و (BFG) في النقطة G و هما غير منطبقان

(A تنتمي إلى المستوي(AMG) و لا تنتمي إلى المستوي (BFG)) إذن هما متقاطعان.

2) لنا $(AM)\subset(AED)$ و $\Delta\subset(BFG)$ و $(BFG)\cap(AED)=\varnothing$ إذا $(AM)\cap\Delta=\varnothing$

و بما أنّ Δ و (AM) محتويان في نفس المستوي (AMG) فإنّهما متوازيان.

3)أ- انظر الشكل.



نرسم Δ المستقيم من المستوي (BFG) المارّ G

و الموازي لـ (AM) يقطع (BF) في النقطة K.

ب- يشترك المستويان (AMG) و (ABF)

في النقطتين A و K ($K\in\Delta$ و $\Delta\subset(AMG)$ و $K\in(BF)$)

وهما غير منطبقان (G تنتمي إلى المستوي (AMG) ولا تنتمي إلى المستوي (ABF))

إذن هما متقاطعان وفق المستقيم (AK).

ج- لنا $(MG)\subset(DCG)$ و $(AK)\subset(ABE)$

و $(ABE)\cap(DCG)=\varnothing$ إذا $(AK)\cap(MG)=\varnothing$

وبما أن (MG) و (AK) محتويان في نفس المستوي (AMG) فإنّهما متوازيان.

4) لنا (AM) // (KG) و (AK) // (MG) إذن الرباعي AMGK هو متوازي الأضلاع.

5) نعلم أن الحرفين [AB] و [HG] متقايسان ومتوازيان إذن الرباعي المحدّب ABGH هو متوازي الأضلاع.

6) النقطة O هي مركز متوازي الأضلاع ABGH إذن O هي منتصف القطعة [BH]

وبالتالي فهي تنتمي إلى المستقيم (BH).

وهي أيضا منتصف القطعة [AG] ونعلم أن المستقيم (AG) محتو في المستوي (AMG) إذن O تنتمي إلى المستوي (AMG) وبالتالي فهي نقطة مشتركة للمستقيم (BH) والمستوي (AMG).

النقطة B تنتمي إلى المستقيم (BH) و لا تنتمي إلى المستوي (AMG) إذن المستقيم (BH) غير محتو في المستوي (AMG) وبالتالي فهو يقطع المستوي (AMG) في النقطة O.

تمرين 1 ص 214

1) المستقيم (D'D) عمودي على المستوي (DBC) لأنه عمودي على المستقيمين (CD) و (AD) من المستوي (DBC)

2) المستقيم (C'C) عمودي على المستوي (D'B'A') لأنه عمودي على المستقيمين (C'D') و (B'C') من المستوي (D'B'A')

3) المستقيم (B'B) عمودي على المستوي (CAH) لأنه عمودي على المستقيمين (AH) و (HC) من المستوي (CAH)

تمرين 2

1. بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث ABC قائم الزاوية في A نتحصّل على :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$= 9 + 4$$
$$= 13$$
$$BC = \sqrt{13}$$

2. بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث ABE قائم الزاوية في B نتحصّل على :

$$AE^2 = BE^2 + BA^2$$
$$= 25 + 9$$
$$= 34$$
$$AE = \sqrt{34}$$

3. بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث EBC قائم الزاوية في B نتحصّل على :

$$EC^2 = BC^2 + BE^2$$
$$= 13 + 25$$
$$= 38$$
$$EC = \sqrt{38}$$

4. في المثلث AEC لدينا

$$AE^2 + AC^2 = 34 + 4$$
$$= 38$$
$$= EC^2$$

إذن، حسب عكس نظرية بيتاغور، فإنّ المثلث AEC قائم الزاوية في A.