



فرض مراقبة عدد 4 في الرياضيات السنة التاسعة الثلاثي الثاني

→ التمرين 1:

تعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين : $a = 3\sqrt{20} - \sqrt{54} + 2\sqrt{24} - \sqrt{125}$ و $b = 3\left(\frac{5-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}\right)^{-1}$

(1) بين ان : $a = \sqrt{5} + \sqrt{6}$ و $b = 2 + \sqrt{7}$

(2) احسب a^2 و b^2 ثم قارنهما .

(3) استنتج مقارنة بين a و b

→ التمرين 2 :

لتكن العبارة E التالية : $E = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

(1) احسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان $x = \sqrt{2} - 1,5$

(2) أنشر العبارة E

(3) لتكن العبارة F التالية : $F = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$

(أ) بين أن $F = x^2 + x - \frac{3}{4}$

(ب) فكك F الى جذاء عوامل ثم استنتج x حيث : $4x^2 + 4x - 3 = 0$

(ج) بين ان F موجب قطعاً اذا كان $x > \frac{1}{2}$

→ التمرين 3 :

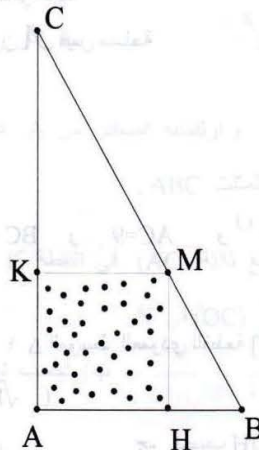
تعتبر مثلثا ABC بحيث : $AB=6$ و $AC=8$ و $BC=10$ بالصم . أنقل هذا المثلث على ورقك باعتبار الصم كوحدة لقيس الطول .

أ- بين ان هذا المثلث قائم الزاوية

ب- ابن النقطة M من $[BC]$ المتساوية البعد d عن المستقيمين (AB) و (AC) . (فكر في الخاصية المميزة لمنصف الزاوية).

ج- بين ان الرباعي $AHMK$ مربع . (استعن بالرسم البياني التالي)

د- احسب البعد d .





CORRECTION

التمرين 1

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين :

$$b = 3 \left(\frac{5 - \sqrt{7}}{1 + \sqrt{7}} \right)^{-1} \quad \text{و} \quad a = 3\sqrt{20} - \sqrt{54} + 2\sqrt{24} - \sqrt{125}$$

$$\begin{aligned} a &= 3\sqrt{20} - \sqrt{54} + 2\sqrt{24} - \sqrt{125} \\ &= 3\sqrt{4 \times 5} - \sqrt{9 \times 6} + 2\sqrt{4 \times 6} - \sqrt{25 \times 5} \\ &= 6\sqrt{5} - 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 5\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= 3 \left(\frac{5 - \sqrt{7}}{1 + \sqrt{7}} \right)^{-1} = 3 \frac{1 + \sqrt{7}}{5 - \sqrt{7}} \\ &= 3 \frac{(1 + \sqrt{7})(5 + \sqrt{7})}{(5 - \sqrt{7})(5 + \sqrt{7})} = 3 \frac{5 + \sqrt{7} + 5\sqrt{7} + 7}{25 - 7} \\ &= 3 \frac{12 + 6\sqrt{7}}{18} = \frac{6(2 + \sqrt{7})}{6} = 2 + \sqrt{7} \end{aligned}$$

(2) احسب a^2 و b^2 ثم قارنهما .

$$\begin{aligned} b^2 &= (2 + \sqrt{7})^2 \\ &= 2^2 + 2 \times 2\sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 \\ &= 4 + 4\sqrt{7} + 7 \\ &= 11 + 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 &= (\sqrt{5} + \sqrt{6})^2 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2 \\ &= 5 + 2\sqrt{30} + 6 \\ &= 11 + 2\sqrt{30} \end{aligned}$$

المقارنة : لدينا $(\sqrt{30})^2 = 30$ و $(2\sqrt{7})^2 = 4 \times 7 = 28$
 $30 > 28$
 $\sqrt{30} > 2\sqrt{7}$
 $2\sqrt{30} + 11 > 4\sqrt{7} + 11$
 $a^2 > b^2$ أي $a > b$

موجبان اذن $\sqrt{30} > 2\sqrt{7}$ ومنه $2\sqrt{30} > 4\sqrt{7}$ اذن

أي $a^2 > b^2$
 $2\sqrt{30} + 11 > 4\sqrt{7} + 11$

(3) مقارنة بين a و b : $a^2 > b^2$ والعددان a و b موجبان فحتما $a > b$

التمرين 2

لتكن العبارة E التالية : $E = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$
 (1) لنحسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان $x = \sqrt{2} - 1.5$

$$E = \left(\sqrt{2} - 1.5 + \frac{1}{2}\right)^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 = \sqrt{2}^2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$$

(2) لننشر العبارة E : $E = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + 2x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$

(3) لتكن العبارة F التالية : $F = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$

(أ) $F = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1 = x^2 + x + \frac{1}{4} - 1 = x^2 + x - \frac{3}{4}$

(ب) نفكك F الى جذاء عوامل ثم نستنتج x حيث : $4x^2 + 4x - 3 = 0$

$$F = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \left(x + \frac{1}{2} + 1\right)\left(x + \frac{1}{2} - 1\right) = \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) *$$

** لدينا $4x^2 + 4x - 3 = 4\left(x^2 + x - \frac{3}{4}\right) = 4F$ ومنه

$4x^2 + 4x - 3 = 0$ يعني $4F = 0$ اي $F = 0$ او $\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$ مما يعطي

$$x = -\frac{3}{2} \quad \text{او} \quad x = \frac{1}{2}$$





(ج) نبين ان F موجب قطعاً اذا كان

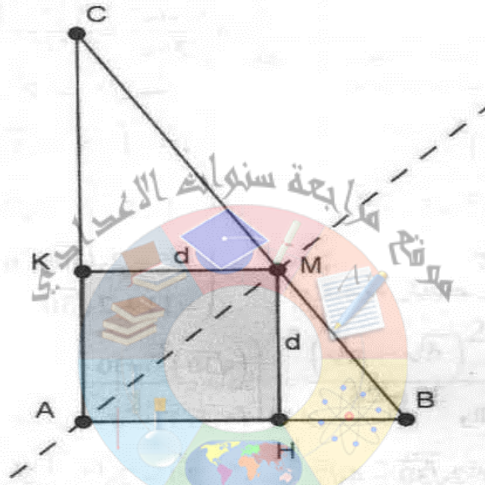
$$\begin{cases} x > \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{3}{2} > \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \Rightarrow x + \frac{3}{2} > 2 \\ x > \frac{1}{2} \Rightarrow x - \frac{1}{2} > \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow x - \frac{1}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) > 0 \Rightarrow F > 0$$

ملاحظة : يمكن ايضا اعتبار الشكل المنشور لـ F

• **التمرين 3** وحدة القيس هي الصم
(1) نبين ان هذا المثلث قائم الزاوية :

$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

نجد في هذا المثلث $BC^2 = AB^2 + AC^2$ لان
فحسب عكس بيتاغور نجد المثلث ABC قائم الزاوية .



(2) أ- ابعاد المثلث تخضع لعكس بيتاغور

ب- بناء النقطة M من [BC] المتساوية البعد d عن المستقيمين (AB) و (AC) . (نفكر في منتصف الزاوية BAC)

نعلم ان كل نقطة من منتصف زاوية تبعد نفس البعد عن ضلعي تلك الزاوية اذن نحصل

على النقطة M كتقاطع لمنتصف BAC مع الوتر [BC]

ج- بين ان الرباعي AHMK مربع . (التمشيات متعددة)

بعد M عن (AB) هو طول [MH] اذن $(MH) \perp (AB)$ ونعلم ان $(AC) \perp (AB)$

وبالتالي $(MH) \parallel (AC)$ كذلك نعلم ان $(MK) \parallel (AB)$ فالرباعي AHMK

متوازي الاضلاع وله زاوية قائمة فهو مستطيل وله ضلعان متتاليان متقايسان فهو مربع

د- احسب البعد d .

في المثلث ABC نجد (MK) يوازي (AB) و يقطع (AC) في K و (BC) في

M فحسب طالس نكتب : $\frac{CK}{CA} = \frac{CM}{CB} = \frac{MK}{AB}$ الا ان

$$\frac{CK}{CA} = \frac{8-d}{8} \quad \text{و} \quad \frac{MK}{AB} = \frac{d}{6}$$

$$\frac{8-d}{8} = \frac{d}{6} \Rightarrow 6(8-d) = 8d \Rightarrow 48 - 6d = 8d \Rightarrow 14d = 48 \Rightarrow d = \frac{48}{14} \approx 3.4$$

$$d \approx 3.4$$

الخلاصة :

