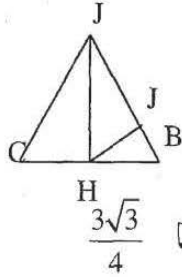




فرض مراقبة عدد

وحدة القيس هي الصنمتر



تمرين ع-01: (1) ضع العلامة $\boxtimes$ أمام المقترح السليم:

(أ) $(3\sqrt{2} - 7\sqrt{5})(7\sqrt{5} + 3\sqrt{2})$ يساوي $\square$ -225 ؛ $\square$ -226 ؛ $\square$ -227

(ب) في الرسم المقابل ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 3 و [AH] ارتفاعه

و J المسقط العمودي لـ H على (AB) إذن HJ يساوي $\square$ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ؛ $\square$ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ؛ $\square$ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) ليكن a و b عددين حقيقيين ، إذا كان $a^2 < b^2$ فإن $a < b$

(ب) إذا كان $a \in \mathbb{R}_-$ فإن $-a^{2n+1} \in \mathbb{R}_-$ حيث $n \in \mathbb{Z}$

تمرين ع-02: (1) نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث $b > 1$ و $0 < a < 1$.

(أ) بين أن $\frac{a}{1+b} < \frac{b}{1+a}$ ؛ (ب) قارن بين $\frac{a+b}{4}$ و $\frac{ab}{a+b}$

(2) نعتبر العددين $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ و $y = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

(أ) احسب xy ثم استنتج أن x مقلوب y

(ب) احسب $(x+y)^2$ ثم استنتج $x+y$

(ج) احسب: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

تمرين ع-03: ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB = x$ و $AC = x+2$ حيث $x \in \mathbb{R}_+^*$.

بين أن $BC = \sqrt{2}\sqrt{(x+1)^2 + 1}$

تمرين ع-04: نعتبر الدائرة (ع) مركزها O وقطرها [AB] حيث $AB = 10$ و M نقطة من (ع) حيث

$AM = 6$

(1) بين أن المثلث ABM قائم الزاوية

(ب) احسب BM

(2) لتكن H المسقط العمودي لـ H على (AB). احسب MH و HO





فرض مراقبة ع-04

تمرين ع-01: أ) $\boxed{-227}$ ؛ ب) $\boxed{\frac{3\sqrt{3}}{4}}$

2) أ) خطأ (إذا كان a و b موجبان) ؛ ب) خطأ

تمرين ع-02: أ) $\frac{a}{1+b} - \frac{b}{1+a} = \frac{a(1+a) - b(1+b)}{(1+b)(1+a)} = \frac{a(1+a) - b(1+b)}{(1+b)(1+a)} = \frac{(a+a^2) - (b+b^2)}{(1+b)(1+a)}$

بما أن $0 < a < 1$ و $b > 1$ فإن $1+a > 0$ ؛ $1+b > 0$ و $1+a+b > 0$ و $a-b < 0$ (بما أن $a < b$)

وبالتالي $\frac{(a-b)(1+a+b)}{(1+b)(1+a)} < 0$ إذن $\frac{a}{1+b} < \frac{b}{1+a}$

ب) $\frac{ab}{a+b} - \frac{a+b}{4} = \frac{4ab - (a+b)^2}{4(a+b)} = \frac{4ab - (a^2 + 2ab + b^2)}{4(a+b)} = \frac{4ab - a^2 - 2ab - b^2}{4(a+b)} = \frac{-a^2 + 2ab - b^2}{4(a+b)} = \frac{-(a^2 - 2ab + b^2)}{4(a+b)} = \frac{-(a-b)^2}{4(a+b)}$

لدينا $(a-b)^2 > 0$ و $4(a+b) > 0$ لذا $-\frac{(a-b)^2}{4(a+b)} < 0$ إذن $\frac{ab}{a+b} - \frac{a+b}{4} < 0$ وبالتالي $\frac{ab}{a+b} < \frac{a+b}{4}$

2) أ) $xy = \sqrt{3-2\sqrt{2}} \times \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{9-8} = \sqrt{1} = 1$

ب) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = (\sqrt{3-2\sqrt{2}})^2 + 2 + (\sqrt{3+2\sqrt{2}})^2 = 3-2\sqrt{2} + 2 + 3+2\sqrt{2} = 3+2+3 = 8$

لدينا $(x+y)^2 = 8$ لذا $\sqrt{(x+y)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ يعني $|x+y| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ وبما أن $x > 0$ و $y > 0$ فإن $x+y > 0$ وبالتالي $|x+y| = x+y = 2\sqrt{2}$

ج) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}^2 + \sqrt{3+2\sqrt{2}}^2}{1} = 3-2\sqrt{2} + 3+2\sqrt{2} = 6$

تمرين ع-03: بتطبيق نظرية فيثاغور في المثلث ABC (قائم الزاوية في A) نتحصل على $AB^2 + AC^2 = BC^2$

وبما أن $AB = x$ و $AC = x+2$ فإن

$BC^2 = x^2 + (x+2)^2 = x^2 + x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 4x + 4 = 2(x^2 + 2x + 2) = 2(x^2 + 2x + 1 + 1) = 2[(x+1)^2 + 1]$

إذن $BC = \sqrt{2[(x+1)^2 + 1]} = \sqrt{2} \sqrt{(x+1)^2 + 1}$

تمرين ع-04: أ) المثلث ABM محاط بالدائرة (ع) قطرها [AB].

ب) بتطبيق نظرية فيثاغور في المثلث ABM (قائم الزاوية في M)

نتحصل على $AB^2 = AM^2 + BM^2$ يعني $BM^2 = AB^2 - AM^2$ إذن $BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$

2) * المثلث ABM قائم الزاوية في M و [MH] ارتفاعه الصادر من M إذن $AB \times MH = AM \times BM$ وبالتالي

$MH = \frac{AM \times BM}{AB} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{48}{10} = 4.8$

* بتطبيق نظرية فيثاغور في المثلث OMH (قائم الزاوية في H) نتحصل على $OM^2 = OH^2 + MH^2$

يعني $OH^2 = OM^2 - MH^2 = \sqrt{5^2 - (4.8)^2} = \sqrt{25 - 23.04} = \sqrt{1.96} = 1.4$ إذن $OH = \sqrt{OM^2 - MH^2} = \sqrt{5^2 - (4.8)^2} = \sqrt{1.96} = 1.4$

